

В. И. А р к и н, А. Д. С л а с т н и к о в (Москва, ЦЭМИ РАН). **Стохастическая модель частно-государственного партнерства при создании новых предприятий.**

Работа, представленная данным сообщением, посвящена популярному в последнее время механизму частно-государственного партнерства (ЧГП), которое, в широком смысле, является сотрудничеством государства и частного бизнеса в реализации общественно значимых проектов в самых различных областях деятельности (от стратегически важных отраслей промышленности до сферы услуг). В более узком смысле под ЧГП можно понимать совместное финансирование государством и частным инвестором крупномасштабных проектов.

Механизм ЧГП является одним из наиболее привлекательных стимулов для инвесторов в особых экономических зонах, где законодательно предусматривается участие государства в создании инфраструктуры (причем не только инженерно-транспортной, но и социальной).

Целью работы является изучение (на модельном уровне) возможности оптимизации государственного участия в совместном финансировании инвестиционных проектов создания новых промышленных предприятий (например, в особых экономических зонах).

Особенностями таких проектов являются: большая неопределенность денежных потоков; необратимость инвестиций, т. е. сделанные инвестиции уже не могут быть изъяты из проекта и использованы для других целей; решение об инвестировании принимается на основе наблюдаемой информации о рыночных ценах на затрачиваемые ресурсы и выпускаемую продукцию, носящей стохастический характер; в каждый момент времени инвестор может либо принять решение об инвестировании, либо отложить это решение до получения новой информации.

1. Описание базовой модели. Пусть I есть объем инвестиций, необходимых для реализации проекта. Ради простоты будем считать, что они не меняются со временем, несут единовременный характер и мгновенно приводят к созданию (и началу функционирования) предприятия, срок жизни которого считается в данном сообщении бесконечным. Предположим, что доля государства в этих инвестициях составляет θ , $0 \leq \theta < 1$.

Пусть случайный процесс π_t , $t \geq 0$, моделирует (в момент времени t) поток прибыли предприятия. Если к этому моменту предприятие еще не создано, то эта прибыль рассматривается как «виртуальная», которую можно рассчитать, исходя из технологического описания проекта и рыночных цен на производимую продукцию и затрачиваемые ресурсы.

Как обычно, предполагается, что процесс π_t , $t \geq 0$, задан на стохастическом базисе $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}, \mathbf{P})$ и согласован с потоком σ -алгебр $\mathcal{F}_t$ («историей» системы до момента t).

Будем обозначать γ долю прибыли, идущую на уплату налогов (налоговая нагрузка).

Пусть τ есть момент инвестирования проекта. Тогда средняя (ожидаемая) прибыль предприятия, приведенная к моменту инвестирования, равна

$$V_\tau = \mathbf{E} \left(\int_\tau^\infty (1 - \gamma) \pi_t e^{-\rho(t-\tau)} dt \middle| \mathcal{F}_\tau \right), \quad (1)$$

а средние приведенные (к моменту инвестирования) налоговые выплаты предприятия

$$T_\tau = \mathbf{E} \left(\int_\tau^\infty \gamma \pi_t e^{-\rho(t-\tau)} dt \middle| \mathcal{F}_\tau \right). \quad (2)$$

где ρ — коэффициент дисконтирования.

Описанная схема восходит к известной модели МакДональда–Зигеля [1], которая легла в основу теории реальных опционов (см., например, [2]). Более сложные варианты этой схемы, детально учитывающие структуру денежных потоков предприятия и различные налоги, можно найти, например, в [3].

2. Выбор оптимального момента инвестирования. Как уже упоминалось выше, поведение инвестора предполагается рациональным в том смысле, что, наблюдая (в каждый момент времени) информацию о сложившихся рыночных ценах и прогнозе будущего потока прибыли создаваемого предприятия, он может либо принять решение об инвестировании, либо отложить его до наступления более благоприятной ситуации. Задача инвестора состоит в том, чтобы на основе указанной выше информации выбрать момент инвестирования τ таким образом, чтобы ожидаемый чистый приведенный доход (NPV) инвестора от создаваемого предприятия был максимальным:

$$\mathbf{E}[V_\tau - (1 - \theta)I]e^{-\rho\tau} \rightarrow \max_\tau, \quad (3)$$

где максимум берется по всем марковским (относительно потока σ -алгебр $\mathcal{F}_t$) моментам τ . Этот момент инвестирования (правило инвестирования) и определяет поведение инвестора. Оптимальный момент инвестирования τ^* (решение задачи (3)) зависит от доли θ — степени участия государственного участия в начальных инвестициях: $\tau^* = \tau^*(\theta)$.

3. Задача оптимизации государственного участия в проекте. В качестве показателя, по которому мы будем оценивать участие государства в реализованном инвестиционном проекте в рамках ЧГП, берется бюджетный эффект. В данной модели он представляет собой разность между ожидаемыми дисконтированными налоговыми поступлениями от созданного предприятия в госбюджет и объемом государственной поддержки (части начальных инвестиций).

Доля участия государства в инвестициях θ определяет, как уже упоминалось, оптимальный момент инвестирования τ^* и, согласно формуле (2), ожидаемые приведенные налоговые поступления от созданного предприятия в бюджет. При этом бюджетный эффект от проекта равен

$$\mathcal{B}(\theta) = \mathbf{E}(T_{\tau^*} - \theta I)e^{-\rho\tau^*}. \quad (4)$$

При оптимизационном подходе государство выбирает такой объем поддержки инвестиционного проекта (долю θ), при котором соответствующий бюджетный эффект будет максимальным:

$$\mathcal{B}(\theta) \rightarrow \max_\theta, \quad (5)$$

где максимум берется по всем долям θ из заданного допустимого множества $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$.

Ограничения на долю государственного финансирования возникают, в частности, в случае, когда государство берет на себя обеспечение соответствующей инфраструктуры для реализации проекта (как это предусмотрено, например, в ОЭЗ).

4. Оптимальная доля государственных инвестиций. Будем считать, что поток прибыли описывается процессом геометрического броуновского движения с темпом роста α , $\alpha < \rho$, и волатильностью (характеризующей неопределенность) σ :

$$d\pi_t = \pi_t(\alpha dt + \sigma dw_t), \quad t \geq 0; \quad w_t \text{ — винеровский процесс.}$$

Теорема 1. *Оптимальный момент инвестирования в задаче инвестора (3) равен*

$$\tau^* = \min\{t \geq 0: \pi_t \geq \pi^*\}, \quad \text{где} \quad \pi^* = (1 - \theta) \frac{\rho - \alpha}{1 - \gamma} \frac{\beta}{\beta - 1} I,$$

а β есть положительный корень уравнения $(1/2)\sigma^2\beta(\beta - 1) + \alpha\beta - \rho = 0$.

Таким образом, оптимальный момент инвестирования наступает в первый момент достижения процессом прибыли уровня π^* .

Обозначим $b = \pi_0(\beta - 1)(1 - \gamma)/(I\beta(\rho - \alpha))$. Как нетрудно видеть, при $\theta \geq 1 - b$ оптимальный момент $\tau^* = 0$. Поэтому будем предполагать, что $b < 1$ (иначе оптимальный момент инвестирования всегда будет нулевым).

Используя теорему 1, можно выписать явную формулу для бюджетного эффекта (4):

$$B(\theta) = \begin{cases} \left[(1 - \theta) \frac{\gamma}{1 - \gamma} \frac{\beta}{\beta - 1} - \theta \right] (1 - \theta)^{-\beta} I b^\beta, & \text{при } 0 \leq \theta < 1 - b, \\ \frac{\gamma \pi_0}{\rho - \alpha} - \theta I, & \text{при } \theta \geq 1 - b. \end{cases}$$

Теперь можно полностью характеризовать оптимальную долю государственных инвестиций — решение задачи (5). Введем функцию $g(\theta) = (\gamma - \theta)/(1 - \theta)$.

Теорема 2. *Оптимальная доля государственного финансирования при ограничениях $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, где $\theta_1 < 1 - b$, равна*

$$\theta^* = \begin{cases} \theta_1, & \text{если } g(\theta_1) < (1 - \gamma)/\beta, \\ \gamma - (1 - \gamma)^2/(\beta + \gamma - 1), & \text{если } g(\hat{\theta}) \leq (1 - \gamma)/\beta < g(\theta_1), \\ \hat{\theta}, & \text{если } g(\hat{\theta}) > (1 - \gamma)/\beta, \end{cases}$$

$$\text{а } \hat{\theta} = \min\{\theta_2, 1 - b\}.$$

5. Зависимость оптимальной доли от неопределенности проекта. Как уже отмечалось, волатильность прибыли σ может рассматриваться как показатель неопределенности.

Из теоремы 2 видно, что оптимальная доля госинвестиций θ^* зависит от параметров процесса прибыли только через показатель β (определенный в теореме 1). А именно, θ^* будет невозрастающей функцией от β . А поскольку β убывает с ростом волатильности σ , то и θ^* не возрастает при увеличении показателя неопределенности σ .

Если нижняя граница θ_1 ограничений на долю госинвестиций превышает налоговую нагрузку γ , то $\theta^* = \theta_1$, т. е. увеличивать «участие государства» невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта).

Рассмотрим случай отсутствия ограничений снизу на долю госинвестиций ($\theta_1 = 0$). Как нетрудно видеть из теоремы 2, оптимальная доля госинвестиций не превышает налоговой нагрузки: $\theta^* < \gamma$.

При $\beta < (1 - \gamma)/\gamma$ оптимальная доля $\theta^* = 0$. Поскольку $\beta \rightarrow 1$ при $\sigma \rightarrow \infty$, то для $\gamma < 0,5$ найдется такой уровень волатильности σ^* , при превышении которого $\theta^* = 0$. Это означает, что при небольших налоговых нагрузках государству невыгодно (с точки зрения бюджетного эффекта) участвовать в инвестировании проектов с большим уровнем волатильности. С другой стороны, при больших налоговых нагрузках ($\gamma > 0,5$) оптимальная доля госинвестиций $\theta^* > 0$, т. е. участие государства в инвестировании проекта ведет к увеличению бюджетного эффекта.

Проведенные численные расчеты по «типичным» (для России) данным показали, что оптимальная доля госинвестиций θ^* составляет (при отсутствии дополнительных ограничений) порядка 20–30%.

Работа выполнена при поддержке РГНФ, проекты № 07-02-00166, № 07-02-00160.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *McDonald R., Siegel D.* The value of waiting to invest. — *Quarterly Journal of Economics*, 1986, v. 101, p. 707–727.
2. *Dixit A. K., Pindyck R. S.* Investment under Uncertainty. Princeton: Princeton University Press, 1994.
3. *Аркин В.И., Сластников А.Д., Аркина С.В.* Инвестирование в условиях неопределенности и задачи оптимальной остановки. — *Обозрение прикл. и промышл. матем.*, 2004, т. 11, в. 1, с. 3–33.