

Г. В. Балакин (Москва, ТВП). **Об одной линейной псевдобулевой системе неравенств.**

Рассмотрим случайные векторы $\xi_i = (\xi_{i1}, \xi_{i2}, \dots, \xi_{in})$, $i = 1, 2, \dots, t$, с независимыми и симметрично распределенными относительно нуля целочисленными координатами. Для реализаций $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ этих случайных векторов подсчитываются скалярные произведения

$$(a_i, x^0) = a_{i1}x_1^0 + a_{i2}x_2^0 + \dots + a_{in}x_n^0, \quad i = 1, 2, \dots, t,$$

где x^0 — некоторый фиксированный вектор с координатами, равными 0 или 1. Если $(a_i, x^0) > 0$ (< 0), то это неравенство включается в систему неравенств со знаком неравенства $\geq$ ($\leq$). При наличии равенства $(a_i, x^0) = 0$ с вероятностью $1/2$ выбирается один из двух возможных знаков неравенства $\geq$ или $\leq$. Учитывая симметрию в распределениях координат, приходим к заведомо совместной системе неравенств

$$(a_i, x) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, t. \quad (1)$$

Системы неравенств вида (1) можно решать методом выделения и оценки отдельных неизвестных, изложенным в [1]. Идея этого метода заключается в следующем. Сложим все неравенства в (1), в которых коэффициент при x_j положителен. Получим неравенство, в котором предположительно выделяется коэффициент при x_j , так как средние значения у остальных коэффициентов равны нулю. То же самое проделываем с уравнениями, в которых коэффициент при x_j отрицательный. Из этих двух неравенств мы можем либо точно определить значение x_j^0 , либо оценить его апостериорное распределение [1], [2]. Метод становится более эффективным, если в правую часть системы (1) ввести искажения, рассматривая неравенства

$$(a_i, x) \geq 1, \quad i = 1, 2, \dots, t.$$

Надежность метода почти всегда близка к единице (см. [3]).

Если $x_j^0 = 1$, то математическое ожидание числа t_{1j} неравенств в первом случае превосходит математическое ожидание числа t_{0j} неравенств во втором случае. Это обстоятельство можно использовать для различения заведомо совместной системы неравенств и случайной системы неравенств, в которой знаки неравенств проставляются независимо от левой части с вероятностью, равной $1/2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакин Г. В. О возможности решения систем линейных целочисленных уравнений методом выделения и оценки отдельных неизвестных. — Дискретн. матем., 1994, т. 6, в. 1, с. 116–126.
2. Балакин Г. В. О вероятностном подходе к решению систем уравнений с целочисленными неизвестными. — Дискретн. матем., 1995, т. 7, в. 1, с. 88–98.
3. Балакин Г. В. Об одном свойстве линейных целочисленных неравенств с искаженной правой частью. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 6, с. 1071–1072.