

С. В. Балакин (Новосибирск, ИМ СО РАН). Особенности распределений характеристик серий в марковских цепях.

Рассматривается двоичная однородная марковская последовательность ξ случайных переменных $\xi(k)$, $k \geq 0$, с множеством значений $C = \{1, 0\}$, начальным вектором A и переходной матрицей Q :

$$A = (a, 1 - a), \quad Q = \begin{pmatrix} p & 1 - p \\ 1 - q & q \end{pmatrix},$$

где $a = \mathbf{P}\{\xi(0) = 1\}$, $p = \mathbf{P}\{\xi(k) = 1 | \xi(k-1) = 1\}$, $q = \mathbf{P}\{\xi(k) = 0 | \xi(k-1) = 0\}$; $d = p - (1 - q) = \det Q$, $b = 1 - q/1 - d = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{\xi(n) = 1\}$.

Обозначим $\gamma_1(i, n)$, $0 \leq i \leq n$ длину, 1-серии, накрывающей i , на отрезке $[0, n]$ последовательности ξ (см. [1]):

$$\begin{aligned} \gamma_1(i, n) = & \xi(0)\xi(1) \cdots \xi(i) + \xi(1) \cdots \xi(i) + \cdots + \xi(i-1)\xi(i) + \xi(i) \\ & + \xi(i)\xi(i+1) + \cdots + \xi(i)\xi(i+1) \cdots \xi(n). \end{aligned}$$

Обнаружено следующее важное свойство марковских цепей: в отличие от последовательностей независимых случайных переменных, в марковских цепях вероятности длин серий могут не всегда убывать с возрастанием числа испытаний n , и соответствующие распределения могут иметь сложный характер. Исследуются условия, при которых благодаря марковскому свойству возникает особенность: вероятности возрастают вместе с длиной серии. В частности,

Теорема. Пусть $p_1(k, n) = \mathbf{P}\{\gamma_1(n, n) = k\}$ вероятность того, что длина конечной 1-серии на отрезке $[0, n]$ равна k . Тогда

$$p_1(k+1, n) > p_1(k, n) \Leftrightarrow \begin{cases} d^{n-k-1} > \frac{(1-b)(1-p)}{(b-a)(1-q)}, & \text{если } b > a, \\ d^{n-k-1} < \frac{(1-b)(1-p)}{(b-a)(1-q)}, & \text{если } b < a. \end{cases}$$

(Стационарный случай $a = b$ рассматривается отдельно.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев Л. Я., Балакин С. В., Хромов Б. В. Накрывающие серии в двоичных марковских последовательностях. — Дискретн. матем., 2003, т. 15, в. 1, с. 50–76.