

М. С. Т и х о в, Д. С. К р и ш т о п е н к о (Нижний Новгород, ННГУ).
Дискретные аналоги интегрированных квадратичных уклонений оценок функции распределения в зависимости «доза-эффект».

Целью данного сообщения является изложение результатов асимптотического поведения суммируемых уклонений оценок функции распределения в зависимости «доза-эффект» для случая, когда вводимые дозы являются как неслучайными величинами и фиксированы заранее, так и случайными величинами. Кроме того, рассматривается ситуация, когда дозы измеряются с ошибкой, накладываемой аддитивно. Изучение таких статистик представляет интерес в токсикометрии для определения среднееффективных доз. Эти результаты могут быть использованы для построения критериев компьютерной проверки гипотез согласия и однородности в зависимости «доза-эффект».

Предлагаются следующие модели зависимости «доза-эффект»: 1) модель с фиксированным планом эксперимента и погрешностями измерений (см. [1]) и 2) случайный план эксперимента.

Случайный план эксперимента мы определяем таким образом.

Пусть $\{(X_i, Y_i, U_i), 1 \leq i \leq N\}$ — стационарная последовательность независимых пар случайных величин с совместной функцией распределения $F(x)G(y, u)$ и плотностью $f(x)g(y, u)$ на \mathbf{R}^3 , где $\{X_i\}$ и $\{Y_i, U_i\}$ независимы. Рассматриваются задачи оценивания функции распределения $F(x)$ по выборкам $\{(W_i, U_i), 1 \leq i \leq N\}$ (прямые наблюдения), и $\{(W_i, Y_i), 1 \leq i \leq N\}$ (непрямые наблюдения), а также задача проверки гипотез согласия и однородности.

В [2] в качестве меры уклонения оценок функции регрессии от их теоретических значений рассматривались интегрированные среднеквадратичные уклонения. Однако при компьютерной реализации критериев проверки гипотез о регрессии более удобным представляется использовать суммируемые квадратичные уклонения, которые равны сумме квадратов отклонений $F_N(x)$ от $F(x)$ в заданных точках x_j :

$$J_{mN} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (F_N(x_j) - F(x_j))^2.$$

В качестве оценок $F_N(x)$ мы рассматривали как классические оценки Надарая-Ватсона, так и монотонные оценки, определяемые следующим образом (см. [3]).

Сначала строится оценка Надарая-Ватсона:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^N W_i K_r \left(\frac{x - U_i}{h_r} \right)}{\sum_{i=1}^N K_r \left(\frac{x - U_i}{h_r} \right)}$$

по выборке $(U_i, W_i), i = 1, 2, \dots, N$. Далее в качестве монотонной оценки берется статистика

$$\hat{m}_{h_d}^{-1}(t) = \frac{1}{Nh_d} \int_{-\infty}^t \sum_{i=1}^N K_d \left(\frac{\hat{m}(U_i) - u}{h_d} \right) du,$$

где предполагается, что $F(x)$ имеет компактный носитель на отрезке $[0, 1]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tikhov M. S., Krishtopenko D. S., Yarochuk M. V.* Asymptotic normality of the integrated square error at the fixed plan of experiment for indirect observations. — *Comp. Model. and New. Technologies*, Riga, Latvia, 2007, v. 11, № 1, p. 46–56.
2. *Hall P.* Integrated square error properties of kernel estimators of regression functions. — *Ann. Statist.*, 1964, v. 12, № 1, p. 241–260.
3. *Detle H., Neumeyer N., Pilz K.F.* A simple nonparametric estimator of a monotone regression function. — *Bernoulli*, 2006, v. 12, p. 469–490.