А. Д. Марковский (Москва, МГУЛ). **Непрерывные кодирования чисел, ограничивающие перенос при сложении.**

Кодирование чисел x из некоторого множества $D \subset \mathbf{R}$ — это инъективное отображение $M : D \to K$, где K — определенное множество цифровых кодов. *Стандартные кодирования* реализуются представлениями чисел $x \in D$ в a-ичных системах счисления, причем коды $M(x) \subset K$ не содержат «бесконечных хвостов из старших цифр». Например, представление $0,99\ldots$ запрещено для числа 1 в десятичной системе.

Стандартные кодирования не являются *непрерывными* отображениями: «близким» числам могут соответствовать «далекие» коды. Напрмер, в десятичной системе числа 1 и $0,\underbrace{99\ldots9}_{n}$ отличаются на 10^{-n}, а соответствующие им коды $(1,\underbrace{0,0,\ldots,0}_{n})$ и $(0,\underbrace{9,9,\ldots,9}_{n})$ в евклидовом пространстве E^{n+1} находятся на расстоянии

$$d = \sqrt{(1-0)^2 + (0-9)^2 + (0-9)^2 + \cdots + (0-9)^2} = \sqrt{81n+1}.$$

При $n \to +\infty$ расстояние между данными числами стремится к нулю, тогда как расстояние d стремится к $+\infty$. Число 1 является точкой разрыва стандартного кодирования, использующего десятичную систему.

Любое стандартное кодирование, определенное на $\mathbf{R}$ имеет бесконечное число точек разрыва в любой окрестности любого числа.

При стандартном кодировании может возникнуть сколь угодно длинный *перенос*. Например, если к числу $0,\underbrace{99\ldots9}_{n}$ прибавить $10^{-n} = 0,\underbrace{00\ldots01}$, то в результате переноса *длины* n получится число $1 = 1,\underbrace{00\ldots0}$. Длина переноса n не ограниченна.

Замечательно, что существет множество не известных ранее *непрерывных кодирований* чисел, причем имеет место следующий фундаментальный результат.

Теорема. *Кодирование $M : D \to K$ непрерывно на множестве $D \subset \mathbf{R}$ тогда и только тогда, когда оно ограничивает перенос при сложении чисел из D.*

Для точного определения понятий «непрерывное кодирование», «кодирование с ограниченным переносом» и доказательства данной теоремы и многих других примыкающих к ней утверждений потребовалось наделить пространство кодов K неархимедовой метрикой, напоминающей метрику полей p-адических чисел, но принципиально отличающейся от нее.

Непрерывное кодирование позволяет «бесплатно» во много раз повысить быстродействие при вычислениях, надежность обработки и передачи информации, открывая новые возможности защиты информации.

Патентование принципа и различных способов непрерывных кодирований, их реализация на основе нанотехнологий поставят соответствующую отечественную цифровую технику выше зарубежных аналогов.