

А. А. Гришкевич, Л. P i a t e k (Czestochowa, Czestochowa university of technology). **Перечисление квазимиимальных разрезов графа.**

Пусть $G = (V, U)$ — ориентированный граф, где V — множество вершин, $U = \{u = (i, j): i, j \in V\}$ — множество ориентированных дуг. В графе G выделим две вершины — источник s и сток t ($s, t \in V, s \neq t$). Каждому ребру $u = (i, j)$ графа G поставим в соответствие неотрицательное число $c(i, j) = c(u) > 0$, которое назовем весом (пропускной способностью) ребра u (определим функцию $c: U \rightarrow \mathbf{R}^+$).

Разрезом, разделяющим вершины s, t графа G называется множество дуг $r = (R, \bar{R}) \subseteq U$, где $(R, \bar{R}) = \{u = (i, j): u \in U, i \in R, j \in \bar{R}\}$, $R \cap \bar{R} = \emptyset$, $R \cup \bar{R} = V$, $s \in R$, $t \in \bar{R}$. Множество всех разрезов обозначим $\mathcal{R} = \{r\}$.

Пропускную способность (вес) разреза $r \in \mathcal{R}$ определим $c(r) = c(R, \bar{R}) = \sum_{u \in (R, \bar{R})} c(u)$.

В множестве разрезов $\mathcal{R}$ графа G может быть выделено подмножество минимальных разрезов (разрезов минимального веса) относительно функции веса c

$$\mathcal{R}_{\min, c} = \{\arg \min_{r \in \mathcal{R}} c(r)\}.$$

В [1] установлено, что множество минимальных разрезов, разделяющих две выделенные вершины графа, может рассматриваться как дистрибутивная решетка $\langle \mathcal{R}_{\min, c}; \vee, \wedge \rangle$ с двумя бинарными операциями $\vee, \wedge$. В работе, представленной данным сообщением, рассматривается дистрибутивная решетка квазимиимальных (следующих за минимальными, ближайших к минимальным) разрезов.

Пусть $S = \{u: u \in U\} \subseteq U$, причем для любого $r \in \mathcal{R}_{\min, c} \Rightarrow r \cap S \neq \emptyset$. Рассмотрим функцию $c_S: U \rightarrow \mathbf{R}^+$, которую определим следующим образом: $c_S(u) = \infty$, если $u \in S$; $c_S(u) = c$, если $u \in U \setminus S$. Построенная функция веса запрещает все минимальные разрезы относительно функции веса c , так как по меньшей мере одно ребро указанного разреза имеет вес ∞ . Для заданных S, c_S множество минимальных разрезов графа G обозначим $\mathcal{R}_{\min, c_S}$.

Рассмотрим совокупность всевозможных множеств $\mathbf{S} = \{S\}$. Множество квазимиимальных (следующих за минимальными) разрезов есть

$$\mathcal{R}_{\min + 1, c} = \left\{ \arg \min_{r \in \bigcup_{S \in \mathbf{S}} \mathcal{R}_{\min, c_S}} c(r) \right\} = \bigcup_{S \in \mathbf{S}^* \subseteq \mathbf{S}} \mathcal{R}_{\min, c_S}.$$

Последнее соотношение сводит поиск квазимиимальных разрезов к поиску минимальных разрезов последовательности графов G с функцией веса c_S для совокупности множеств $\mathbf{S}^*$. Соответственно, множество квазимиимальных разрезов допускает представление

$$\mathcal{R}_{\min + 1, c} = \bigcup_{S \in \mathbf{S}^*} \bigcup_{A \in \mathcal{A}(\mathcal{P}_{c_S})} \bigvee_{r \in A} r,$$

где $\mathcal{A}(\mathcal{P}_{c_S})$ есть множество антицепей подмножества неприводимых разрезов $\mathcal{P}_{c_S} \subseteq \mathcal{R}_{\min, c_S}$ дистрибутивной решетки $\langle \mathcal{R}_{\min, c_S}; \vee, \wedge \rangle$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гришкевич А.А.* Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем. Монография. Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004, 258 с.