

С. А. Осмоловский (Москва, ООО «Стокос»). **О пропускной способности произвольного канала связи.**

Пропускная способность (ПС) определяется как максимальное среднее количество информации, которое можно передать по каналу связи (см., например, [1]). К. Шеннон ввел в своей работе [2] математическую функцию вида $H = -p \log_2 p - (1-p) \log_2 (1-p)$, называемую, *энтропия* для определения меры информации. Для двоичного симметричного канала (ДСК) с независимыми ошибками в качестве пропускной способности рассматривается величина, дополняющая до 1 величину энтропии.

$$C = 1 + p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p). \quad (1)$$

Однако модель ДСК не соответствует реальным каналам связи с группированием ошибок. В реальных каналах связи, не являющихся ДСК, используемых в практических задачах также существуют ограничения на скорость передачи информации, связанные с интенсивностью помех в канале. Поэтому рассмотрение верхней границы достигаемой скорости передачи для производных реальных каналов является актуальным по ряду причин. Смысл применения ПС состоит в использовании теоремы кодирования Шеннона для канала с шумами, утверждающей, что если скорость передачи не превышает пропускной способности канала, то с помощью кода можно достигнуть ошибки со сколь угодно малой вероятностью. Однако теорема Шеннона излагает только идею соответствия пропускной способности канала скорости передачи для достижения любой произвольно малой вероятности ошибки даже в ДСК и является недостаточно конструктивной для практики. Она не дает предложений по выбору кода, обеспечивающей произвольно малую вероятность ошибки даже в ДСК и не указывает идеи проверки такого соответствия и механизма сохранения требуемой произвольно малой вероятности ошибки при изменении качества канала (и пропускной способности) применяемого ДСК.

Введя понятие кодового восстановления целостности информации [3], при котором сочетается прямое исправление ошибок в пределах исправляющей способности кода и надежный отказ от декодирования ошибок с кратностью, превышающей эту способность, получаем возможность применять режим исправления ошибок в произвольных по распределению потока ошибок каналах. Это обстоятельство требует рассмотрения понятия пропускной способности для таких каналов. Стохастические коды для восстановления целостности характеризуют следующие особенности.

У кода для восстановления целостности в произвольном канале возможно четыре исхода декодирования (ошибок не было, ошибка правильно исправлена, произошел отказ от декодирования, произошло ошибочное декодирование). Вероятность важнейшего из исходов — ошибки в восстановленной информации — является нормированной за счет сведения произвольного канала к q -ичному симметричному и отказа от исправления ошибок с кратностью, превышающей исправляющую способность кода.

Коды дают возможность более точно и достоверно описать исходы декодирования и выполнения различных ветвей алгоритма передачи (протокола), что делает такие системы более точно описываемыми и достигающими новых свойств по параметрам устойчивости и безопасности функционирования.

Для описания характеристик систем, зависящих от свойств реальных каналов связи, необходим параметр канала, отражающий интенсивность помех. По ранее принятой методологии этот параметр можно отнести к понятию пропускной способности канала, описывающей способность передачи информации с максимальной скоростью и произвольно задаваемой малой вероятностью ошибки. Интуитивно понятно, что если ситуации отказа от декодирования происходят часто, то это означает, что применяемый код имеет скорость, превышающую пропускную способность канала, и отказы от декодирования и последующие повторные передачи блоков с неисправленными ошибками снижают эффективную скорость передачи, де-

лая ее ниже пропускной способности канала. Такой параметр может иметь несколько назначений:

- он может быть использован для описания максимально достижимой скорости передачи (пропускной способности произвольного канала);
- с его помощью можно характеризовать конкретный канал для подбора оптимальных параметров кода и протокола;
- анализ параметра используется для перестройки канала при изменении его состояния.

На основе этих рассуждений предлагается гипотеза о существовании и описании свойства произвольного канала по обеспечению максимально возможной скорости передачи с произвольно задаваемой вероятностью ошибки декодирования с помощью этого параметра. Этот параметр, по аналогии с пропускной способностью ДСК, можно считать пропускной способностью произвольного канала, приведенного к q -ичному симметричному каналу с величиной q , выбранной исходя из требований к вероятности ошибки восстановления.

Будем исходить из того, что пропускная способность произвольного канала связана с интенсивностью помех в канале, причем, чем выше интенсивность помех, тем меньше пропускная способность. Вопрос в том, как количественно описать эту тенденцию.

Описать двумя способами выражение для пропускной способности q -ичного симметричного канала с вероятностью искажения q -ичного символа P_q . Во-первых, через максимально достигаемые значения скорости передачи, во-вторых, через некоторое выражение, аналогичное (1), с использованием значения вероятности P_q . Для канала со сложным распределением потока ошибок или с преднамеренными помехами максимальную скорость передачи при условии исправления ошибок в пределах исправляющей способности кода можно считать конструктивной нижней границей пропускной способности канала.

Утверждение 1. *Произвольный канал связи, обеспечивающий передачу информации, имеет ненулевую пропускную способность, определяемую интенсивностью помех в канале с учетом задаваемой произвольно малой вероятности ошибки в восстановленной информации.*

Утверждение 2. *Пропускная способность произвольного канала связи уменьшается с ростом интенсивности помех, описываемой вероятностью искажения q -ичного символа в q -ичном симметричном канале P_q , где значение q определяется исходя из требований к вероятности ошибки после восстановления целостности.*

Утверждение 3. *Для достижения произвольно малой вероятности ошибки произвольный канал искусственно сводится, путем стохастического преобразования на длине $l(q = 2^l)$, к q -ичному симметричному каналу.*

Теорема. *Пропускной способностью произвольного канала связи $C_{пк}$ считать кодovou скорость (n, k, q) -кода, максимизирующего скорость передачи выбором параметров n, k для достижения произвольно малой вероятности ошибки после декодирования $C_{ош}$ обеспечиваемой выбором основания кода q (при $P_{ош} < q^{-1}$): $C_{пк} = k/n \max[k/n \sum P(i, n)]$ по n и k , где $P(i, n)$ — вероятность искажения ровно i q -ичных символов из n , $i \in [0, t]$, t — исправляющая способность кода.*

В таблице приведены значения реально достигнутой скорости передачи с помощью кодов восстановлением целостности информации в протоколах канального уровня и значения кодовой скорости, которую предлагается рассматривать как пропускную способность произвольного канала.

P_q	0,5	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}	2^{-9}	2^{-10}
Опт. (n, k) -код	8,2	16,7	16,7	16,11	32,26	64,57	64,57	128,120	256,247	512,502
Скорость	0,079	0,32	0,388	0,572	0,705	0,788	0,866	0,917	0,945	0,962
$C_{\text{пк}} = k/n$	0,25	0,437	0,4375	0,6875	0,812	0,890	0,890	0,9375	0,9648	0,9805

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 06-07-89170)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. М.: Советское радио, 1974.
2. Шеннон К. Математическая теория связи. — В кн: Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИИЛ, 1963.
3. Осмоловский С. А. Принципы восстановления целостности информации кодовыми методами. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 4, с.