

А. С. Андреев, С. В. Черников (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении движением нестационарной системы.**

В работе представлено решение задачи об управлении движением нестационарной управляемой системы на основе применения постоянно-положительной функции Ляпунова.

Рассмотрим управляемую систему, движение которой описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = X(t, x, u), \quad X(t, 0, 0) \equiv 0 \quad (1)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)'$ — вектор n -мерного линейного действительного пространства $\mathbf{R}^n$ с нормой $\|x\| = (x_1^2 + \dots + x_n^2)^{1/2}$, $(\cdot)'$ — операция транспонирования, $u = (u_1, \dots, u_m)'$ — вектор управляющих воздействий $u \in \mathbf{R}^m$, X — вектор-функция, определенная и непрерывная в области $R^+ \times \Gamma \times \mathbf{R}^m$, $\Gamma = \{x \in \mathbf{R}^n : \|x\| < H, 0 < H \leq +\infty\}$, и такая, что для некоторого класса U непрерывных управляющих воздействий $u: R^+ \times \Gamma \rightarrow \mathbf{R}^m$, $u(t, 0) \equiv 0$, выполняются условия существования и единственности решений системы (1) в области $R^+ \times \Gamma$.

Пусть критерием качества переходного процесса управляемого движения является функционал

$$I(u) = \int_0^t W(t, x, u) dt, \quad W(t, 0, 0) \equiv 0.$$

Рассмотрим задачу синтеза управления, состоящую в определении управляющего воздействия $u = u^0(t, x)$, при котором соответствующее движение $x = x^0(t)$ системы (1), начинающееся в момент $t_0 \in R^+$ в точке $x_0 \in \Gamma_0$ (для некоторой области $\Gamma_0 \subset \Gamma$), попадает в конечный момент $t = t_0 + T$, $T \geq 0$, в точку $x = 0$ [1].

Для решения поставленной задачи на основе скалярной функции Ляпунова $V \in C^1$ вводят выражение Беллмана [2]

$$B[V, t, x, u] = \frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)' X(t, x, u) + W(t, x, u).$$

Теорема 1. *Предположим, что в области $R^+ \times \Gamma$ можно найти функцию Ляпунова $V = V^0(t, x) \geq 0$, $V(t, x) \leq h_1(\|x\|)$, и управляющее воздействие $u = u^0(t, x)$, что:*

1) *меет место тождество*

$$B[t, x, V^0(t, x), u^0(t, x)] \equiv 0;$$

2) *для любого $u \in U_1 \subset U$, решающего задачу о стабилизации, справедливо неравенство*

$$B[t, x, V^0(t, x), u(t, x)] \geq 0;$$

3) *имеет место оценка $W(t, x, u^0(t, x)) \geq h_2(V^0(t, x))$, при этом*

$$\int_0^{V^0} h_2^{-1}(\tau) d\tau < +\infty;$$

4) *каждое движение $x^0(t, t_0, x_0)$, начинающееся на множестве $\{V^0(t, x) = 0\}$, попадает в точку $x = 0$ в некоторый момент $t = t_0 + T$, $T \geq 0$.*

Тогда управляющее воздействие $u = u^0(t, x)$ решает задачу синтеза управления в некоторой области Γ_0 , при этом

$$V(t_0, x_0) = \int_{t_0}^{t_0+T_0} W(\tau, x^0[\tau], u^0[\tau]) d\tau \leq \min_{u \in U_1} \int_{t_0}^{t_0+T} W(\tau, x[\tau], u[\tau]) d\tau$$

для каждого другого $u \in U_1$, решающего задачу синтеза.

Теорема 2. Если в теореме 1 вместо условий 1) и 2) выполнено предположение

$$B[t, x, V(t, x), u^0(t, x)] \leq 0,$$

тогда управляющее воздействие $u = u^0(t, x)$ решает задачу синтеза с гарантированной оценкой $V(t, x)$ качества управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-01-00765).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бессонов Г. А., Коробов В. И., Сжляр Т. М. Задачи устойчивого синтеза ограниченных управлений для некоторого класса нестационарных систем. — Прикл. матем. и мех., 1988, т. 52, в. 1, с. 9–15.
2. Красовский Н. Н. Проблемы стабилизации управляемых движений. — Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. Доп. 4. М.: Наука, 1966, с. 475–514.