О. А. Перегудова (Ульяновск, УлГУ). **О стабилизации движений механических систем с запаздыванием в управлении.**

Получены достаточные условия стабилизации программных движений механических систем при линейном относительно координат управлении, с учетом запаздывания в цепи обратной связи. Задача решена с помощью построения функции Ляпунова вида векторной нормы и уравнений сравнения.

Рассмотрим задачу о стабилизации программного движения $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0(t)$ механической системы с n степенями свободы

$$\mathbf{H}(t, \mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}(t, \mathbf{q})\mathbf{q} = \mathbf{u}, \tag{1}$$

где $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$ — вектор обобщенных координат, $\dot{\mathbf{q}}$ — вектор обобщенных скоростей, $\mathbf{H}(t, \mathbf{q}), \mathbf{F}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \mathbf{W}(t, \mathbf{q})$ — матрицы размерности $n \times n$ с ограниченными равномерно непрерывными элементами, $\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_0(t)$ — вектор управляющих воздействий, $\widetilde{\mathbf{u}}$ — добавочное управляющее воздействие, $\mathbf{u}_0(t)$ — программное управление.

Обозначим $\mathbf{x} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_0(t)$ — отклонение истинного движения от программного, и запишем линейные уравнения в отклонениях

$$\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}(t)\mathbf{x} = \mathbf{C}(t)\widetilde{\mathbf{u}}, \tag{2}$$

где $\mathbf{A}(t) = \|a_{ij}(t)\|, \mathbf{B}(t) = \|b_{ij}(t)\|$, $\mathbf{C}(t) = \|c_{ij}(t)\|$ — матрицы, определяемые по формулам:

$$a_{ij}(t) = \frac{\partial L_i}{\partial \dot{q}_j}(t, \mathbf{q}_0(t), \dot{\mathbf{q}}_0(t)), \quad b_{ij}(t) = \frac{\partial L_i}{\partial q_j}(t, \mathbf{q}_0(t), \dot{\mathbf{q}}_0(t)), \qquad i, j = 1, \dots n,$$

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{H}^{-1}(t, \mathbf{q}_0(t)),$$

а вектор $\mathbf{L}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{H}^{-1}(t, \mathbf{q})\mathbf{F}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}^{-1}(t, \mathbf{q})\mathbf{W}(t, \mathbf{q})\mathbf{q} - \mathbf{H}^{-1}(t, \mathbf{q})\mathbf{u}_0(t)$.

Предположим, что измерению доступны только координаты объекта и вектор добавочного управляющего воздействия определяется как линейная функция координат с переменным запаздыванием $\widetilde{\mathbf{u}} = \mathbf{K}\mathbf{x}(t - h(t))$, где $\mathbf{K}$ — постоянная матрица, $h(t)$ — непрерывная ограниченная функция, $0 \leqslant h(t) \leqslant h_0 = \mathrm{const}$.

Теорема 1. *Пусть существуют такие постоянная $k > 1$ и диагональная матрица $\mathbf{D}$, $\mathbf{D} = \mathrm{diag}\{d\}$, $d = \mathrm{const} > 0$, что*

$$\int_0^\infty [k\|-\mathbf{D}+\mathbf{A}(s)-\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}(s)+\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}(s)\mathbf{K}\|+\gamma(\mathbf{D}-\mathbf{A}(s))+(k+1)h(s)\|\mathbf{C}(s)\mathbf{K}\|]_+ ds < +\infty.$$

Тогда управление $\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_0(t)$, $\widetilde{\mathbf{u}} = \mathbf{K}(\mathbf{q}(t-h(t)) - \mathbf{q}_0(t-h(t)))$ будет стабилизировать программное движение $\mathbf{q}_0(t)$ системы (1) и нулевое положение равновесия $\mathbf{x} = \dot{\mathbf{x}} = 0$ системы (2) будет равномерно асимптотически устойчиво.

Теорема 2. *Пусть $|\cdot|$ — сферическая векторная норма и*

$$\gamma(\mathbf{D} - \mathbf{A}(t)) \leqslant -\delta = \mathrm{const} < 0,$$

а также выполняются условия предыдущей теоремы при $k = 1$.

Тогда управление $\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_0(t)$, $\widetilde{\mathbf{u}} = \mathbf{K}(\mathbf{q}(t-h(t)) - \mathbf{q}_0(t-h(t)))$ будет стабилизировать программное движение $\mathbf{q}_0(t)$ системы (1) и нулевое положение равновесия $\mathbf{x} = \dot{\mathbf{x}} = 0$ системы (2) будет равномерно асимптотически устойчиво.

В теоремах 1 и 2 символом $\gamma(\cdot)$ обозначена логарифмическая норма матрицы (матричная мера), а символом $\|\cdot\|$ — операторная норма матрицы.

С помощью данных теорем были решены различные задачи о стабилизации программных движений механических систем, в частности, задача о стабилизации программного движения двойного перевернутого маятника, задача о стабилизации двузвенного манипулятора на подвижном основании и др.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-01-00765).