

С. В. Черников (Ульяновск, УлГУ). **К задаче синтеза нелинейной дискретной системы автоматического управления.**

Решается задача синтеза нелинейной управляемой системы на основе знакопостоянной Ляпунова. К таким задачам приводятся многие исследования об управлении при неполном наблюдаемом векторе состояния.

Рассмотрим управляемую систему, описываемую дискретными уравнениями

$$x(n+1) = f(n, x(n), u), \quad f(n, 0, 0) \equiv 0, \quad (1)$$

где $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$, $f: Z^+ \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m$ есть некоторая функция, непрерывная по (x, u) при каждом $n \in Z^+$.

Задача синтеза управления для системы (1) состоит в нахождении управления $u = u(n, x)$, при котором нулевое состояние уравнений (1) является асимптотически устойчивым.

Эффективным методом решения задачи синтеза является метод функций Ляпунова [1]. Применение знакопостоянных функций Ляпунова в исследовании устойчивости дискретных процессов позволяет в определенной степени развить этот метод. Для случая стационарной системы, т. е., когда $f = f(x, u)$, $u = u(x)$, $u(0) = 0$, имеем следующий результат.

Теорема 1. *Предположим, что можно найти такие управление $u = u(x)$ и функцию $V = V(x) \geq 0$, $V(0) = 0$, что:*

- 1) *разность $W(x) = V(f(x, u(x))) - V(x) \leq 0$;*
- 2) *множество $\{V(x) > 0\} \cap \{W(x) = 0\}$ не содержит решений системы;*
- 3) *состояние $x = 0$ асимптотически устойчиво относительно множества $\{V(x) = 0\}$.*

Тогда управление $u = u(x)$ решает задачу синтеза.

Как развитие рассмотренной задачи может быть решена задача синтеза дискретной системы управления, оптимального относительно суммарного критерия качества

$$I(u) = \sum_{n=0}^{\infty} W(n, x(n), u(n)).$$

Для ее решения введем выражение типа Беллмана [1]

$$B(n, V, x, u) = V(n+1, f(x, u)) - V(n, x) + W(n, x, u)$$

или

$$B(x, V, u) = V(f(x, u)) - V(x) + W(x, u)$$

в стационарном случае.

Теорема 2. *Предположим, что можно найти такие управление $u = u^0(x)$ и функцию $V = V^0(x) \geq 0$, что в условиях 1)–3) теоремы 1 также выполнены условия:*

- 4) *$B(x, V^0(x), u) \geq 0$, $B(x, V^0(x), u^0(x)) \equiv 0$.*

Тогда $u = u^0(x)$ решает задачу оптимального синтеза стабилизирующего управления с минимизируемым значением функционала $I(u^0) = V(x_0)$.

Полученные результаты можно обобщить и для случая нестационарной системы, используя построение предельных систем и предельных функций Ляпунова подобно непрерывным системам [2], [3].

Пусть при выбранном управлении $u = u^0(n, x)$ правая часть системы (1) $f = f^0(n, x) = f(n, x, u^0(n, x))$ удовлетворяет условиям предкомпактности из [2] так, что для системы $x(n+1) = f_*^0(n, x(n))$ можно определить семейство предельных систем $x(n+1) = f^0(n, x(n))$ и семейство предельных к разности $W^0(n, x) = V(n+1, f^0(n, x(n))) - V(n, x)$ функций $W_*^0(n, x)$.

Теорема 3. Предположим, что можно найти такие управление $u = u^0(n, x)$ и функцию $V = V^0(n, x) \geq 0$, $V^0(n, x) \leq V_1(x)$, $V_1(0) = 0$, что:

1) движения системы (1) при $u = u^0(n, x)$ из некоторой области $\Gamma_0 \subset \mathbf{R}^n$ ограничены областью $\Gamma_1 \supset \Gamma_0$;

2) множество $\{V_1(x) > 0\} \cap \{W_*^0(n, x) = 0\}$ не содержит решений системы $x(n+1) = f_*^0(n, x(n))$;

3) состояние $x = 0$ асимптотически устойчиво относительно множества $V_\infty^{-1}(n, 0)$ равномерно по $\{f_*^0, W_*^0\}$.

Тогда управление $u = u^0(n, x)$ решает задачу синтеза стабилизирующего управления.

Теорема 4. Если в условиях 1)–3) предыдущей теоремы также $B[x, V^0, x, u] \geq 0$, $B[n, V^0, x, u^0(n, x)] \equiv 0$, то $u = u^0(x)$ решает задачу оптимального синтеза стабилизирующего управления с минимизируемым значением функционала $I(u^0) = V(n_0, x_0)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-01-00765).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кунцевич В. М., Лычак М. М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. М.: Наука, 1977, 400 с.
2. Андреев А. С. Об асимптотической устойчивости и неустойчивости нулевого решения неавтономной системы. — Прикл. матем. и мех. 1984, т. 48, в. 2, с. 225–232.
3. Андреев А. С., Безгласный С. П. О стабилизации управляемых систем с гарантированной оценкой качества управления. — Прикл. матем. и мех., 1997, т. 61, в. 1, с. 44–51.