Е. А. Семенчин, Ф. Х. Асхакова (Карачаевск, КЧГУ). **Оптимизационные задачи в модели, двойственной к модели Леонтьева.**

Модель, двойственная к модели межотраслевого баланса Леонтьева, имеет вид [1]–[3]:

$$p = A^T p + v, \qquad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

$$p \geqslant \theta, \tag{2}$$

где p — вектор цен производимых отраслями продуктов, v — вектор добавленной стоимости, приходящейся на единицу выпуска продукта, $A = (a_{ij})$ $(i, j = 1, 2, \ldots, n)$ — технологическая матрица, A^T — транспонированная к A матрица размера $n \times n$.

На множестве решений (1) исследованы следующие оптимизационные задачи.

1. Максимизация цены j-го продукта. Рассмотрим задачу: найти

$$\sum_{j=1}^{n} p_j \to \max \tag{3}$$

в предположении, что p_j, $j = 1, 2, \ldots, n$, удовлетворяют условиям (1)–(2). Сумма $\sum_{j=1}^{n} p_j$ представляет собой цену продукции, производимой всеми отраслями.

2. Максимизация цены продукции одной или нескольких отраслей. Вместо критерия (2) можно рассматривать критерии:

$$p_j \to \max, \tag{4}$$

j фиксировано, $j = 1, 2, \ldots, n$, или

$$\sum_{j_k=1}^{r} p_{j_k} \to \max, \qquad r \leqslant n. \tag{5}$$

Совокупность ограничений та же, что и в п. 1: определяется балансовыми соотношениями (1) и неравенствами (2).

3. Максимизация цены продукции нескольких отраслей с учетом их предпочтительности. Рассмотрим критерий:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j p_j \to \max, \qquad c_j = \mathrm{const} \geqslant 0, \qquad j = 1, \ldots, n, \quad \sum_{j=1}^{n} c_j = 1, \tag{6}$$

и ограничения (1)–(2). Коэффициенты c_j задаются экспертами и показывают степень предпочтительности цены p_j j-й отрасли по сравнению с ценами всех остальных отраслей.

Пусть модель (1) прибыльна. Если

$$\operatorname{rang}(E - A^T) = \operatorname{rang}(E - A^T, v) = n, \tag{7}$$

то решения всех задач (3), (1), (2); (4), (1), (2); (5), (1), (2); (6), (1), (2) будут совпадать. Различными будут только значения целевых функций (3)–(6). Если

$$\operatorname{rang}(E - A^T) = \operatorname{rang}(E - A^T, v) = k, \qquad k < n, \tag{8}$$

то ограничениям (1), (2) будет удовлетворять бесконечное множество векторов p, на котором решения указанных оптимизационных задач (если только они существуют) могут не совпадать.

Задачи 1, 2, 3 представляют собой задачи линейного программирования, соответственно, с целевыми функциями (3), (4), (5), (6) и ограничениями (1), (2). Их решения можно построить известными методами (симплекс-методом).

Данные результаты использованы при анализе балансовых моделей экономики Карачаево-Черкесской республики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972, 518 с.
2. *Орехов Н. А.*, *Левин А. Г.*, *Горбунов Е. А.* Математические методы и модели в экономике. М.: Юнити, 2004, 302 с.
3. *Данилов Н. Н.* Курс математической экономики. М.: Высшая школа, 2006, 407 с.