Г. Ш. Цициашвили, **А. С. Лосев** (Владивосток, ИПМ ДВО РАН, Уссурийск, УГПИ). **Узкие места в логической системе с ненадежными элементами.**

В работе, представленной в данном докладе, рассматривается модель логической системы с ненадежными элементами. Дается определение узкого места в этой системе. Изложение работы основано на асимптотическом анализе вероятности работы системы при соответствующих асимптотических условиях на вероятности работы отдельных элементов. Все основные определения базируются на понятии дизъюнктивной нормальной формы логической функции. В докладе рассматривается случай, когда все элементы логической системы являются низконадежными. Случай, когда все элементы высоконадежны, и случай, когда некоторые элементы являются низконадежными, а все остальные — высоконадежными, рассматриваются аналогично.

Обозначим Z конечное множество, состоящее из $|Z|$ логических переменных z, и введем дополнительно множество $I \subseteq \{1, 2, \ldots, 2^{|Z|}\}$. Рассмотрим логическую функцию A, которая зависит от логических переменных $z \in Z$ и представима в дизъюнктивной нормальной форме $A = \vee_{i \in I}[(\wedge_{z \in Z_i} z) \wedge (\wedge_{z \in \overline{Z}_i} \overline{z})]$ с помощью семейства $\{(Z_i, \overline{Z}_i),\ i \in I\}$ пар таких множеств $Z_i, \overline{Z}_i \subseteq Z$, что $Z_i \cap \overline{Z}_i = \varnothing$, и $(Z_i, \overline{Z}_i) \neq (Z_j, \overline{Z}_j)$ при $i \neq j$. Предположим теперь, что z является случайной величиной с логическими значениями, $p_z = \mathbf{P}\{z = 1\}$, $q_z = \mathbf{P}\{z = 0\}$, $p_z + q_z = 1$, случайные величины $z \in Z$ независимы и для всех $z \in Z$ существуют такие $c(z) > 0$ и $d(z) > 0$: $p_z = p_z(h) \sim \exp\{-d(z)h^{-c(z)}\}$, $h \to 0$. Назовем логическую функцию A со случайными переменными $z \in Z$ *логической системой* и обозначим ее $\mathbf{A}$. Пусть $C = \min_{i \in I} \max_{z \in Z_i} c(z)$, $I' = \{i \in I\colon \max_{z \in Z_i} c(z) = C\}$, $S_i = \{z \in Z_i\colon c(z) = C\}$, $i \in I'$, $\mathcal{S} = \{S_i,\ i \in I'\}$, $N(\mathcal{S}) = \min(\sum_{z \in S_i} d(z)\colon S_i \in \mathcal{S})$, $\mathcal{T} = \{\{z_i \in S_i,\ i \in I'\}\}$, зададим $\mathcal{S}', \mathcal{T}'$ семейства минимальных (по включению) множеств из семейств $\mathcal{S}, \mathcal{T}$, соответственно.

Теорема. *Справедлива асимптотическая формула*:

$$-\ln \mathbf{P}\{\mathbf{A} = 1\} \sim N(\mathcal{S})h^{-C}, \quad h \to 0.$$

Следствие. *Предположим, что* $\varepsilon_0 = \min\{C, \min\{|C - c(z)| > 0\colon z \in Z\}\}$.

1. *Для любого* $S_i \in \mathcal{S}$ *и любого* ε, $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$, *замена* $c(z)$ *на* $c(z) - \varepsilon$ *при всех* $z \in S_i$ *приводит к замене* $C \to C - \varepsilon$.

2. *Если множество* $S \subseteq Z$ *и удовлетворяет условию пункта* 1, *то существует* $S_* \in \mathcal{S} : S_* \subseteq S$.

3. *Для любого* $T \in \mathcal{T}$ *и любого* ε, $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$, *замена* $c(z)$ *на* $c(z) + \varepsilon$ *при всех* $z \in T$ *приводит к замене* $C \to C + \varepsilon$.

4. *Если множество* $T \subseteq Z$ *удовлетворяет условию пункта* 3, *то существует* $T_* \in \mathcal{T} : T_* \subseteq T$.

Замечание 1. Множества из семейств $\mathcal{S}, \mathcal{T}$ можно назвать узкими местами в системе $\mathbf{A}$. Из утверждения 1 (утверждения 3) следствия получаем, что для любого $S \in \mathcal{S}$ (для любого $T \in \mathcal{T}$) увеличение надежности элементов $z \in S$ (уменьшение надежности элементов $z \in T$) приводит к увеличению (к уменьшению) надежности системы $\mathbf{A}$.

Замечание 2. Из утверждений 2, 4 следствия получаем, что семейства узких мест $\mathcal{S}', \mathcal{T}'$ и числа C, $N(\mathcal{S})$ не зависят от вида дизъюнктивной нормальной формы логической функции A.

Разработаны алгоритм и программа построения и визуализации семейств узких мест $\mathcal{S}', \mathcal{T}'$.