

И. А. Перцева (Ульяновск, УлГУ). **Об управлении нестационарным движением твердого тела.**

Решается задача об управлении нестационарным поступательно-вращательным движением твердого тела силами и моментами, определяемыми относительно системы координат, неизменно связанной с твердым телом.

Пусть $O_1\xi\eta\zeta$ — инерциальная система координат, $Oxyz$ — система координат, неизменно связанная с телом, точка O совпадает с центром масс тела, $O\alpha\beta\gamma$ — система координат, совершающая заданное движение относительно $O_1\xi\eta\zeta$. Пусть заданы два ортогональных орта $\bar{s}_{01}$ и $\bar{s}_{02}$, неизменных в системе координат $O\alpha\beta\gamma$, и пусть заданы два ортогональных орта $\bar{r}_{01}$ и $\bar{r}_{02}$, неизменных в системе $Oxyz$. Положим $\bar{s}_{03} = \bar{s}_{01} \times \bar{s}_{02}$, $\bar{r}_{03} = \bar{r}_{01} \times \bar{r}_{02}$.

Рассматривается задача об управлении движении твердого тела относительно неинерциальной системы координат. Уравнения движения твердого тела выпишем в системе координат $Oxyz$:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{v} = \bar{F}_{\text{упр}} \quad I \frac{d\bar{\omega}}{dt} + \bar{\omega} \times I\bar{\omega} = \bar{M}_{\text{упр}},$$

$$\frac{d\bar{s}_{0i}}{dt} = -\bar{\omega} \times \bar{s}_{0i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь m — масса тела, $\bar{v}$ — вектор абсолютной скорости центра масс тела в проекциях на оси системы координат $Oxyz$, $\bar{\omega}$ — вектор абсолютной угловой скорости тела в проекциях на те же оси, I — тензор инерции тела, $\bar{F}$ — суммарный вектор внешних сил, действующих на тело, $\bar{M}$ — момент внешних сил. Пусть

$$\bar{v} = \bar{v}_p(t), \quad \bar{\omega} = \bar{\omega}_p(t), \quad \bar{s}_{0i} \parallel \bar{r}_{0i}$$

программное движение, которое обеспечивается управляющими силой $\bar{F}_p$ и моментом $\bar{M}_p$.

Рассмотрим задачу об определении управляющего момента $\bar{M}_{\text{упр}} = \bar{M} - \bar{M}_p$ и силы $\bar{F}_{\text{упр}} = \bar{F} - \bar{F}_p$, обеспечивающих асимптотическую устойчивость заданного программного движения. Введем возмущения $\Delta\bar{v} = \bar{v} - \bar{v}_p(t)$, $\Delta\bar{\omega} = \bar{\omega} - \bar{\omega}_p(t)$ и получим уравнения возмущенного движения

$$m \frac{d\Delta\bar{v}}{dt} + \Delta\bar{\omega} \times \Delta\bar{v} + \Delta\bar{\omega} \times \bar{v}_p(t) + \bar{\omega}_p(t) \times \Delta\bar{v} = \bar{F}_{\text{упр}},$$

$$I \frac{d\Delta\bar{\omega}}{dt} + \Delta\bar{\omega} \times I\Delta\bar{\omega} + \Delta\bar{\omega} \times I\bar{\omega}_p(t) + \bar{\omega}_p(t) \times I\Delta\bar{\omega} = \bar{M}_{\text{упр}},$$

$$\dot{\bar{s}}_{0i} = -\Delta\bar{\omega} \times \bar{s}_{0i}.$$

Поставленная задача решается, если $\bar{F}_{\text{упр}}$ и $\bar{M}_{\text{упр}}$ заданы в виде

$$\bar{F}_{\text{упр}} = -D\Delta\bar{v}, \tag{1}$$

$$\bar{M}_{\text{упр}} = -B\Delta\bar{\omega} + \sum_{i=1}^3 \alpha_i (\bar{r}_{0i} \times \bar{s}_{0i}), \quad \alpha_i = \alpha_i(t) \geq \alpha_0 > 0, \quad (i = 1, 2, 3),$$

где $\bar{B}$ и $\bar{D}$ — матричные функции, $\alpha_i(t)$ — скалярные функции, удовлетворяющие условиям

$$[(\Delta\bar{v}\Delta\bar{\omega}\bar{v}_p) - \Delta\bar{v}\bar{D}\Delta\bar{v} + (\Delta\bar{\omega}\bar{\omega}_p\bar{I}\Delta\bar{\omega}) - \Delta\bar{\omega}\bar{B}\Delta\bar{\omega}] \leq \rho(t)(\Delta\bar{\omega}\bar{I}\Delta\bar{\omega} + m(\Delta\bar{v})^2),$$

$$\dot{\alpha}_i(t) \leq q(t)\alpha_i(t),$$

$$\mu(t) = \max(\rho(t), q(t)) \quad \int_0^t \mu(\tau) d\tau \leq M,$$

при этом для предельных к $(\rho(t), q(t))$ функциям $(\rho^*(t), q^*(t))$ выполнено неравенство $\rho^*(t) \neq q^*(t)$ [1].

Полученный результат выводится на основе теорем об асимптотической устойчивости из [1]. Управление (1) представляет достаточно широкий класс управлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-01-00765).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Андреев А. С., Перегудова О. А.* К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости. — ПММ, т. 70, в. 6, с. 965–976.