Е. А. Семенчин, **А. В. Войтюк**, **Ф. Ф. Бараненко** (Краснодар, КубГУ). **Вероятностная модель прогноза паводковых ситуаций на реках Краснодарского края.**

На сайте Гидрометцентра РФ [1] представлены результаты исследований в области прогноза максимального уровня воды в руслах рек, в основе которых лежат методы линейного регрессионного анализа. Однако эти модели не применимы для прогноза поводковых ситуаций на реке Кубань и других реках Краснодарского края. Это связано с тем, что отмеченные работы посвящены прогнозу паводковых ситуаций на равнинных реках. В нашем случае объектом исследования являются горно-равнинные реки. Существенную роль в возникновении паводка в этом случае оказывают такие факторы, как таяние снега в горах, температура воздуха, выпадение осадков, карстовые отложении вдоль русла и т. д. Поэтому возникает задача построения математической модели, позволяющей осуществлять достоверный прогноз возникновения паводковых ситуаций на горно-равнинных реках.

В работе, представленной данным сообщением, предлагается математическая модель прогноза паводковой ситуации на заданном участке русла горно-равнинной реки. В модели учитываются только факторы (состояния), существенно влияющие на возможность возникновения паводка. Основной фактор — наполняемость русла. Будем интерпретировать факторы как вершины ориентированного плоского графа, а пары таких вершин, в которых хотя бы одна оказывает влияние на другую, — как его дуги. Каждой дуге ставится в соответствие вероятность перехода из одного состояния в другое. Пусть $S_1, \ldots, S_n$ — все возможные состояния системы, одно из которых представляет собой паводковую ситуацию, например, S_r, $r \in \{1, \ldots, n\}$, $p_i(t) = p(S_i(t))$ ($i = 1, \ldots, n$, $t \geqslant 0$) — вероятность того, что рассматриваемый процесс окажется в состоянии S_i в момент t, $\lambda_{ij}(t)$ — плотность вероятностей перехода из состояния S_i в состояние S_j (λ_{ij} определяется на основе статистических данных). Тогда компоненты вектора $p(t) = (p_1(t), \ldots, p_n(t))$ (в том числе вероятность $p_r(t)$ возникновения паводка в момент времени t) могут быть найдены из системы дифференциальных уравнений Колмогорова

$$p'_k(t) = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n} \lambda_{ki}(t) p_k(t) - \Bigl(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n} \lambda_{ki}(t)\Bigr) p_k(t), \qquad k = 1, \ldots, n, \quad t \geqslant t_0, \tag{1}$$

с начальными условиями

$$p_i(t_0) = p_{i0}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

В матричном виде задача Коши (1)–(2) имеет вид:

$$p'(t) = \lambda(t)p(t), \quad t \geqslant 0, \quad p(t_0) = p_0,$$

где $p(t) = (p_1(t), \ldots, p_n(t))^T$ — вектор вероятностей состояний в момент t, $\lambda(t) = \{\lambda_{ij}(t)\}$ есть $(n \times n)$-матрица плотностей вероятностей перехода, диагональные элементы $\lambda_{kk}(t)$ которой определяются по формуле

$$\lambda_{kk}(t) = -\sum_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{n} \lambda_{ki}(t).$$

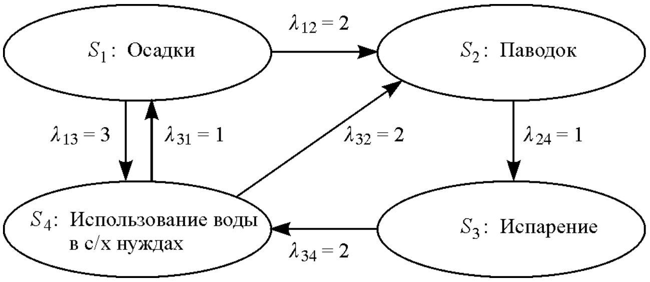
Если $\lambda_{ij}(t)$ не зависит от t, то в стационарном режиме (при $t \to \infty$, $p'_i \to 0$) система (1) имеет вид

$$\lambda p = 0, \quad Ip = 1, \tag{3}$$

где $I = (1, \ldots, 1)$. В этом случае начальное условие (2) не учитывается.

В качестве примера рассмотрим граф состояний участка русла горно-равнинной реки (рис.) с матрицей плотностей переходных вероятностей

$$\lambda = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$



Из системы уравнений (3) находим $p_1 = 1/24$, $p_2 = 1/2$, $p_3 = 5/24$, $p_4 = 1/4$. Следовательно, вероятность возникновения паводка равна 1/2.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06–05–96628.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. http://hydromet.ru.
2. *Волков И. К., Зуев С. М., Цветкова Г. М.* Случайные процессы. М.: Изд-во МГТУ, 1999, 447 с.