

А. Н. Зубков (Таганрог, ТФ ДГТУ). **Изоморфизм между деформациями $2n$ -мерных комплексных многообразий с нулевым G^* -кручением в евклидовом пространстве E^{2n+2} , $n \geq 1$, и голоморфными функциями нескольких комплексных переменных.**

Рассмотрим в E^{2n+2} , $n \geq 1$, $2n$ -мерное комплексное многообразие $\mathcal{F}_n = (F^{2n}, \Sigma)$, где F^{2n} — поверхность класса C^3 в E^{2n+2} , а Σ — комплексная структура на F^{2n} (см. [1]). Присоединим к F^{2n} подвижный репер $\{\bar{x}, \bar{e}_1, \dots, \bar{e}_{2n+2}\}$, где $\bar{e}_i$ ($i = 1, \dots, 2n$) — единичные базисные векторы в касательном векторном пространстве $T_x F^{2n}$ в точке $x \in F^{2n}$, а $\bar{e}_\sigma$ ($\sigma = 2n+1, 2n+2$) — векторы ортонормированного базиса в нормальном векторном пространстве $N_x F^{2n}$. Пусть $\bar{v}(x) = a^i \bar{e}_i + c^\sigma \bar{e}_\sigma$, $x \in F^{2n}$, есть поле смещений точек поверхности F^{2n} при ее деформации в E^{2n+2} . Возьмем на F^{2n} поверхностную полосу $\{L, N_{x(s)} F^{2n}\}$, $x(s) \in L$, вдоль гладкой кривой $L \subset F^{2n}$, где s — натуральный параметр вдоль L , $0 \leq s \leq L$, а L проходит через точку $x = (u^1(0), \dots, u^{2n}(0))$ в направлении единичного вектора $\bar{t} \in T_x F^{2n}$. Используя производные уравнения полосы на F^{2n} (см. [2]), найдем абсолютную производную в связности $(\nabla \oplus \nabla^\perp)$ Ван-дер-Вардена–Бортолотти от векторного поля $\bar{v}(s) = \bar{v}(x(s))$ вдоль $L \subset F^{2n}$, где ∇ — связность Леви–Чивиты на F^{2n} , $\nabla^\perp$ — нормальная связность, и рассмотрим проекцию этой производной на $N_x F^{2n}$ в точке $x \in F^{2n}$: $\bar{G}(x, \bar{t}) = \varphi_0^{-1/2} \sum_{\sigma=2n+1}^{2n+2} (a^i \omega_i^\sigma + dc^\sigma + c^\beta \omega_\beta^\sigma) \bar{e}_\sigma$, где $\varphi_0 = g_{ij} \omega^i \omega^j = ds^2$. Следуя [1], величину $G^* = |\bar{G}(x, \bar{t})|$ назовем G^* -кручением поверхности F^{2n} в E^{2n+2} в точке $x \in F^{2n}$ в направлении $\bar{t} \in T_x F^{2n}$, а деформации F^{2n} в E^{2n+2} , для которых $G^* = 0$ при любых $x \in F^{2n}$ и любом $\bar{t} \in T_x F^{2n}$, будем называть деформациями с нулевым G^* -кручением комплексного многообразия $\mathcal{F}^n$. При $G^* = 0$ на F^{2n} получается система дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций a^i , $i = 1, \dots, 2n$, c^σ , $\sigma = 2n+1, 2n+2$, тип которой определяется не только метрическими, но и внешне-геометрическими свойствами поверхности F^{2n} . Согласно теореме работы [1], на комплексном многообразии $\mathcal{F}^n$ существует такая комплекснозначная функция $\varphi(z) \neq 0$, что для нормальной составляющей $\bar{v}_N = c^\sigma \bar{e}_\sigma$ любого поля $\bar{v}(x)$ смещений точек поверхности F^{2n} при ее деформации в E^{2n+2} с нулевым G^* -кручением функция $f(z) = \varphi(z)(c^1(z) + ic^2(z))$, $i^2 = -1$, является голоморфной функцией многих комплексных переменных на $\mathcal{F}^n$.

Теорема. *Всякая голоморфная функция $f(z)$ на комплексном многообразии $\mathcal{F}^n = (F^{2n}, \Sigma)$ порождает его деформацию с нулевым G^* -кручением, для которой нормальная составляющая $\bar{v}_N(x)$ поля смещения $\bar{v}(x)$, $x \in F^{2n}$, задается формулой $\bar{v}_N = \sum_{\sigma=2n+1}^{2n+2} c^\sigma \bar{e}_\sigma$, где $c^1 = \operatorname{Re}[f(z)|\varphi(z)|^{-2}]$, $c^2 = \operatorname{Im}[f(z)|\varphi(z)|^{-2}]$, а касательная составляющая поля $\bar{v}(x)$, $x \in F^{2n}$, всегда однозначно определяется полем $\bar{v}_N(x)$, $x \in F^{2n}$, причем если $f(z) \equiv 0$ на $\mathcal{F}^n$, то и $\bar{v}(x) = 0$, $x \in F^{2n}$.*

На основании этой теоремы и указанной выше теоремы из [1] и устанавливается изоморфизм между деформациями комплексных многообразий $\mathcal{F}^n$ с нулевым G^* -кручением и голоморфными функциями многих комплексных переменных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубков А. Н. О деформациях $2n$ -мерных комплексных многообразий с нулевым G^* -кручением в евклидовом пространстве. — Обзорение прикл. и промысл. матем., 2004, т. 11, в. 4, с. 820–821.
2. Зубков А. Н. Исчисление инвариантов оснащения многомерных полос на подмногообразиях F^m в пространстве $V^n(K)$, $n > m$, постоянной кривизны K . — Известия ВУЗов, сер. матем., 1996, № 7, с. 32–45.