

Г. В. Балакин (Москва, ТВП). **Об одном свойстве линейных целочисленных неравенств с искаженной правой частью.**

Рассмотрим систему линейных целочисленных неравенств над полем действительных чисел

$$L_i(x_1, \dots, x_n) \leq c_i, \quad i = 1, \dots, t, \quad (1)$$

с ограниченными целыми неизвестными $x_1, \dots, x_n$. Система неравенств (1) заведомо совместная, ей удовлетворяет вектор $x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$.

В системе неравенств (1) заменим правые части $c_1, \dots, c_t$ на меньшие целые числа $c_1 - b_1, \dots, c_t - b_t$. Система (1) в этом случае не является заведомо совместной, т. к. может осуществиться хотя бы одно из соотношений $L_i(x_1^0, \dots, x_n^0) \in \{c_i - b_i + 1, \dots, c_i\}$. Пусть на множестве возможных неравенств задана вероятностная мера $p_i(j) = \mathbf{P}\{c_i - L_i(x^0) = j\}$, $j \geq 0$, $i = 1, \dots, t$.

О п р е д е л е н и е. Систему неравенств

$$L_i(x_1, \dots, x_n) \leq c_i - b_i, \quad i = 1, \dots, t, \quad (2)$$

назовем *системой неравенств с искаженной правой частью*, а величины $\varepsilon_i^0 = \max\{0, L_i(x^0) - c_i + b_i\}$ ($i = 1, \dots, t$) — *ошибками*.

Лемма. Если i -е и j -е неравенства из системы (1) выбираются независимо друг от друга, то

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}\{L_i(x^0) + L_j(x^0) > c_i + c_j - b_i - b_j\} \\ &= p_i p_j + \sum_{k=0}^{b_i-1} p_i(k) \sum_{m=b_j}^{b_j+b_i-k-1} p_j(m) + \sum_{k=0}^{b_j-1} p_j(k) \sum_{m=b_i}^{b_j+b_i-k-1} p_i(m), \end{aligned} \quad (3)$$

где p_i (p_j) — вероятность того, что истинное решение x^0 не удовлетворяет i (j)-му неравенству из системы (2).

Следствие. Пусть $c_i = c$, $b_i = 1$, $p_i = p$, $i = 1, \dots, t$. Тогда формула (3) преобразуется к следующему виду:

$$\mathbf{P}\{L_i(x^0) + L_j(x^0) > 2(c-1)\} = p^2 + p(\mathbf{P}\{L_j(x^0) = c-1\} + \mathbf{P}\{L_i(x^0) = c-1\}).$$

Отсюда находим, что $\mathbf{P}\{L_i(x^0) + L_j(x^0) \geq 2c-1\} < p$, если $\mathbf{P}\{L_j(x^0) = c-1\} + \mathbf{P}\{L_i(x^0) = c-1\} < 1-p$.

В этом случае надежность суммы двух неравенств будет выше надежности ее слагаемых. Составляя суммы из большого числа неравенств, мы можем прийти к очень надежным неравенствам. В связи с этим возникают благоприятные возможности применения к системе неравенств (2) метода выделения и оценки отдельных неизвестных, изложенного в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакин Г.В. О возможности решения систем линейных целочисленных уравнений методом выделения и оценки отдельных неизвестных. — Дискретн. матем., 1994, т. 6., № 1, с. 116–126.