

Е. А. Семенчин, В. В. Веревкин (Краснодар, ИнЭП). **Об одной обратной задаче в математической модели самоорганизации рынка труда.**

В работах [1], [2] предложена и исследована на устойчивость математическая модель самоорганизации рынка труда для n отраслей экономики:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1^{(j)}(t)}{dt} &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n N_1^{(i)}(t)W_2^{(i)}(t) - N_1^{(j)}(t)W_2^{(j)} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n N_2^{(i)}(t)W_1^{(i,j)} - N_2^{(j)}(t)W_1^{(j,j)}, \\ \frac{dN_2^{(j)}(t)}{dt} &= \sum_{i=1}^n N_1^{(i)}(t)W_2^{(i)}(t) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n N_2^{(i)}(t)W_1^{(i,j)} - N_2^{(j)}(t) \sum_{i=1}^n W_1^{(j,i)},\end{aligned}\quad (1)$$

$j = 1, 2, \dots, n$, где $N_1^{(i)}(t)$ — общее число специалистов, занятых в отрасли i в момент времени t ; $N_2^{(i)}(t)$ — число потенциальных рабочих для работы в отрасли i в момент времени t ; $W_1^{(i,j)}(t)$ — вероятность того, что безработный специалист отрасли i может найти работу по специальности в отрасли j в течение времени $[t + dt]$; $W_2^{(k)}(t)$ — вероятность увольнения специалиста отрасли k в течение времени $[t + dt]$.

Обратим внимание, что в общем случае $\sum_{i=1}^n W_1^{(i,j)} \neq 1$, $i, j = 1, \dots, n$.

В матричном виде (1) можно переписать следующим образом:

$$Nw = b, \quad (2)$$

где b — вектор-столбец производных размерности $2n$, w — вектор-столбец искомых вероятностей $W_1^{(i,j)}$, $W_2^{(k)}$, $i, j, k = 1, \dots, n$, размерности $n^2 + n$, N — матрица коэффициентов системы (1) размера $2n \times (n^2 + n)$.

Модель (1) позволяет решать следующую задачу, которую назовем *прямой*: по заданным вероятностям $W_1^{(i,j)}$, $W_2^{(k)}$, $i, j, k = 1, \dots, n$, начальным условиям найти $N_1^{(i)}$, $N_2^{(i)}$, $i = 1, \dots, n$.

В данной работе, представленной данным сообщением, в рамках модели (1) приведены результаты исследований *обратной задачи*: по заданным $N_1^{(i)}$, $N_2^{(i)}$, $i, j = 1, \dots, n$, найти вероятности $W_1^{(i,j)}$, $W_2^{(k)}$, $i, j, k = 1, \dots, n$.

При решении обратной задачи считаем, что $W_1^{(i,j)}$, $W_2^{(k)}$, $i, j, k = 1, \dots, n$, удовлетворяют естественным ограничениям:

$$0 \leq W_1^{(i,j)} \leq 1, \quad 0 \leq W_2^{(k)} \leq 1, \quad i, j, k = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Вектор-столбец w в (2) будем подбирать таким образом, чтобы квадрат нормы разности $\|Nw - b\|^2$ был минимальным:

$$\|Nw - b\|^2 \rightarrow \min. \quad (4)$$

Можно показать, что указанная обратная задача эквивалентна следующей: в евклидовом пространстве $E^{(n^2+n)}$ найти w , удовлетворяющий условиям (4), (3). Задача (4), (3) представляет собой задачу квадратичного программирования, которая может быть решена в пакете прикладных программ Maple 10 с помощью встроенной в него функции QPSolve [3].

П р и м е р. Пусть в модели (4), (3) $n = 2$, $t_0 = 0$ $N_1^{(1)} = 91$, $N_1^{(2)} = 9$, $N_2^{(1)} = 7$, $N_2^{(2)} = 9$, в момент времени $t_1 = 1$: $N_1^{(1)} = 92$, $N_1^{(2)} = 13$, $N_2^{(1)} = 7$, $N_2^{(2)} = 7$. Найдем вероятности $W_1^{(i,j)}$, $W_2^{(k)}$, $i, j, k = 1, 2$ для $t \in [0, 1]$. Воспользовавшись

пакетом прикладных программ Maple 10 и указанной функцией, получим: $W_1^{(1,1)} = 0$, $W_1^{(1,2)} = 0,1071$, $W_1^{(2,1)} = 0,0278$, $W_1^{(2,2)} = 0,0278$, $W_2^{(1)} = 0$, $W_2^{(2)} = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенчин Е. А., Зайцева И. В. Математическая модель самоорганизации рынка труда для двух отраслевой экономики. — Экономика и матем. методы, 2004, т. 40, № 4, с. 137–140.
2. Семенчин Е. А., Зайцева И. В. Математическая модель самоорганизации рынка труда для нескольких отраслей экономики. — Экономика и матем. методы, 2007, т. 43, № 1, с. 133–136.
3. Дьяконов В. П. Maple 9 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2004, 688 с.