

В. И. К р у г л о в (Москва, МИ РАН). **Предельная теорема для числа упорядоченных подвыборок, удовлетворяющих линейному соотношению.**

Пусть G — конечная абелева группа по сложению и $G = G_1 \times \cdots \times G_m$ — ее разложение в произведение примарных циклических групп. Далее, пусть $a_1, \dots, a_k$ — фиксированные ненулевые целые числа, $x_1, \dots, x_T$ — независимые случайные элементы, имеющие равномерное распределение на группе G , и $\mathcal{I}_T$ — множество упорядоченных выборок без возвращения $(i_1, \dots, i_k)$ из $\{1, \dots, T\}$. В работе, представленной данным сообщением, указаны условия, при которых распределение суммы индикаторов

$$\xi = \sum_{(i_1, \dots, i_k) \in \mathcal{I}_T} I(a_1 x_{i_1} + a_2 x_{i_2} + \cdots + a_k x_{i_k} = 0)$$

сходится к распределению умноженной на число $w = w(a_1, \dots, a_k)$ случайной величины, имеющей распределение Пуассона.

Лемма. Если случайные величины $x_1, \dots, x_k$ независимы и равномерно распределены на G , то $\mathbf{P}\{a_1 x_1 + \cdots + a_k x_k = 0\} = f(a_1, \dots, a_k, G)$, где $f(a_1, \dots, a_k, G) = |G|^{-1} \prod_{j=1}^m \text{НОД}(a_1, \dots, a_k, |G_j|)$.

Если в наборе чисел $a_1, \dots, a_k$ есть одинаковые или если этот набор разбивается на пары чисел, противоположных по знаку, то существует такая нетождественная перестановка $\sigma: \{1, \dots, k\} \rightarrow \{1, \dots, k\}$, что уравнения

$$a_1 x_1 + \cdots + a_k x_k = 0 \quad \text{и} \quad a_1 x_{\sigma(1)} + \cdots + a_k x_{\sigma(k)} = 0$$

относительно неизвестных $x_1, \dots, x_k \in \mathbf{Z}$ равносильны, т. е. $\{a_1 x_1 + \cdots + a_k x_k = 0\} \Leftrightarrow \{a_1 x_{\sigma(1)} + \cdots + a_k x_{\sigma(k)} = 0\}$. Тогда эти уравнения равносильны как уравнения относительно неизвестных $x_1, \dots, x_k$ из любой абелевой группы G . Количество $w = w(a_1, \dots, a_k)$ таких перестановок вычисляется следующим образом.

Пусть $a'_1 > a'_2 > \cdots > a'_r$ — такие ненулевые целые числа и $k_1, k_2, \dots, k_r$ — такие натуральные числа, что $k_1 + k_2 + \cdots + k_r = k$ и среди $a_1, \dots, a_k$ есть ровно k_j чисел, равных a'_j , $j = 1, \dots, r$. Если $a'_j = -a'_{r-j+1}$ и $k_j = k_{r-j+1}$ для всех $j = 1, \dots, r$, то $w = 2k_1!k_2! \cdots k_r!$, в противном случае $w = k_1!k_2! \cdots k_r!$.

Теорема. Если в схеме серий $a_1, \dots, a_k$ фиксированы, а число T и группа G изменяются так, что $|G| \rightarrow \infty$, $T \rightarrow \infty$,

$$\lim_{|G|, T \rightarrow \infty} \frac{1}{w} T^k f(a_1, \dots, a_k, G) = \lambda \in (0, \infty)$$

и $\mathbf{P}\{\delta y = 0\} = o(|G|^{-1+\varepsilon})$ для любого $\varepsilon > 0$ и для любого $\delta \in \mathbf{N}$, $\delta: \text{НОД}(a_1, \dots, a_k)$, где y — равномерно распределенная на G случайная величина, то

$$\lim_{|G|, T \rightarrow \infty} \mathbf{P}\{\xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Выполнение работы поддерживалось грантом НШ-4129.2006.1 Программы поддержки ведущих научных школ России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П.* Случайные размещения. М.: Наука, 1976.
2. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. Ч. I. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2000, 272 с.
3. *Глухов М. М., Елизаров В. П., Нечаев А. А.* Алгебра. Т. I. М.: Гелиос АРВ, 2003, 336 с.
4. *Лэнг С.* Алгебра. М.: Мир, 1968.