

В. А. Е г о р о в (Санкт-Петербург, СПбГЭТУ). **Об асимптотике постоянных в неравенствах Марцинкевича и Розенталя.**

Пусть X_n ($n > 0$) — последовательность центрированных своими математическими ожиданиями независимых случайных величин, обладающих моментами порядка p , $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, $T_n = \sum_{i=1}^n X_i^2$. Известное неравенство Марцинкевича указывает на, в целом, синхронность роста моментов сумм S_n и T_n . Оно имеет вид $c(p)E(T_n^{p/2}) \leq |E S_n|^p \leq C(p)E(T_n^{p/2})$.

Близким к правостороннему неравенству Марцинкевича является неравенство Розенталя $E|S_n|^p \leq L^p(A_{p,n} + 2^{p^2/4}A_{2,n}^{p/2})$, где $L > 0$ — постоянная, $A_{r,n} = \sum_{i=1}^n E|X_i|^r$.

Правые части этих неравенств можно было бы успешно использовать для получения оптимальных сильных верхних оценок в предельных теоремах теории вероятностей, если знать асимптотику постоянных $L = L(p)$ и $C(p)$ при $p = p(n) \rightarrow \infty$ и оптимальный порядок множителя при $A_{2,n}^{p/2}$.

Мы будем интересоваться верхними оценками моментов сумм S_n при $p \rightarrow \infty$ и $n \rightarrow \infty$.

В [1] асимптотика постоянных в неравенстве Марцинкевича была найдена для независимых симметрично распределенных слагаемых. Была доказана следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $\{X_k\}_{k=1}^n$ — независимые симметричные случайные величины, $E|X_k|^p < \infty$, $k = 1, 2, \dots, n$. Тогда

$$\|S_n\|_p \leq C(p)\sqrt{\|T_n\|_{p/2}}, \quad C(p) = C^{1/p}\sqrt{p/e},$$

где $C > 0$ — абсолютная постоянная.

Имеются основания считать, что асимптотика постоянных в этом неравенстве имеет оптимальный порядок. Поэтому хотелось бы получить такой же порядок и для несимметричных центрированных случайных величин. При некоторых дополнительных условиях получена оценка, имеющая искомый порядок роста постоянных, которая также является оценкой в неравенстве Розенталя.

Теорема 2. Пусть $\{X_k\}_{k=1}^n$ — независимые случайные величины, $EX_k = 0$, $k = 1, 2, \dots, n$. Пусть $ES_n^2 = B_n$, $p = p(n) \rightarrow \infty$ и для некоторого $\varepsilon > 0$ выполнено условие $|X_k| < \varepsilon\sqrt{B_n/p}$. Тогда

$$\|S_n\|_p < C(p)e^\varepsilon \sqrt{\frac{pB_n}{e}},$$

где $C(p) = C^{1/p} \exp\{\ln p/\sqrt{2p}\}$, $C > 0$ — абсолютная постоянная.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 06-01-00179а и № НШ-4222.2006.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Egorov V. On the growth rate of moments of random sums. — IRMA, LILLE, 1997, v. 44, № IV, p. 1–8.