

Д. В. К а ш к о в с к и й (Томск, ТГУ). **Последовательная идентификация параметров авторегрессии со случайными коэффициентами.**

Проблема гарантированной в среднеквадратическом смысле идентификации параметров процесса авторегрессии со случайными коэффициентами

$$x_k = (\theta_1 + \sigma_1 \eta_1(k))x_{k-1} + \dots + (\theta_p + \sigma_p \eta_p(k))x_{k-p} + \sigma_0 \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

как и для обычной авторегрессии, усложняется тем, что оценка по методу наименьших квадратов (МНК) вектора параметров $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$ является существенно нелинейной, что не позволяет вычислить или оценить ее среднеквадратическую точность, а, следовательно, и найти число наблюдений, требуемых для достижения заданной точности оценивания. Здесь $\{\varepsilon_k\}$, $\{\eta_j(k)\}$ ($j = 1, \dots, p$) — независимые последовательности независимых, одинаково распределенных случайных величин с нулевым средним и единичной дисперсией. Для решения задачи гарантированного оценивания предлагается использовать специальный последовательный план $(\theta^*(h), \tau(h))$, построенный на основе оценки МНК с моментом прекращения наблюдений $\tau(h)$, определяемым по выборочной информационной матрице Фишера, где h — положительный параметр.

Теорема. Пусть процесс (1) устойчив и $\mathbf{E} \varepsilon_1^8 < \infty$, $\mathbf{E} \eta_j^8(1) < \infty$, $j = 1, \dots, p$. Тогда $\sup_{\theta \in K} \mathbf{E} \theta \|\theta^*(h) - \theta\|^2 \leq a_K(1 + o(1))/h$ при $h \rightarrow \infty$, $\lim_{h \rightarrow \infty} \sup_{\theta \in K} |\mathbf{E} \theta \tau(h)/h - C_\theta| = 0$ для любого компактного множества K из области устойчивости, где $a_K = \sup_{\theta \in K} \varphi(\theta)$, $\varphi(\theta)$, C_θ — известные функции от θ .

С помощью моделирования было проведено сравнение обычной и последовательной оценок МНК. Число наблюдений в обычной оценке МНК бралось равным средней продолжительности последовательной процедуры. При этом оценки показали примерно одинаковую точность. Преимущество же найденной оценки в том, что она позволяет контролировать среднеквадратическую точность оценивания. Изучены свойства оценки спектральной плотности стационарного процесса (1), построенной с помощью последовательного плана.

Модель (1) находит применение в задачах обработки временных рядов [1], при анализе экономических данных [2], в физике при анализе радиоактивности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nicholls D. F., Quinn B. G. Random Coefficient Autoregression Models: An Introduction. — In: Lecture Notes in Statistics. V. 11. N. Y.: Springer, 1982.
2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. М.: Фазис, 1998.