

К. И. Л и в ш и ц, И. Ю. Ш и ф е р д е к е р (Томск, ТГУ). Диффузионная аппроксимация математической модели деятельности некоммерческого фонда при дважды стохастическом потоке платежей и релейном управлении капиталом.

Под некоммерческим фондом понимается организация, созданная для сбора и распределения денежных средств без получения прибыли. Среди некоммерческих фондов особую группу составляют так называемые *государственные внебюджетные фонды РФ*. Основная особенность деятельности этих фондов состоит в том, что поступление и расходование средств внебюджетных фондов определяется законодательством, которое устанавливает не только размеры страховых взносов, но и временные границы перечисления средств в фонды. Так, в настоящее время перечисление средств во внебюджетные фонды должно осуществляться до 15 числа месяца, следующего за отчетным. Этот факт приводит к тому, что интенсивность потока страховых платежей имеет существенно различные значения в первой и второй половинах месяца. В то же время, моменты изменения интенсивности потока зависят от многих случайных факторов и не могут рассматриваться как детерминированные. Подходящей моделью потока страховых платежей при этом является дважды стохастический пуассоновский поток с двумя состояниями интенсивности $\lambda = \lambda_1$ и $\lambda = \lambda_2$.

Основной характеристикой состояния фонда является его капитал $s(t)$ в момент времени t . В работе, представленной данным сообщением, предполагается, что с капиталом фонда могут происходить следующие изменения.

1. В фонд поступают денежные средства. Поступающие денежные суммы являются независимыми одинаково распределенными величинами с плотностью распределения $\varphi(x)$ и моментами $Mx = a$ и $Mx^2 = a_2$. Будем считать, что моменты поступления денежных средств образуют дважды стохастический пуассоновский поток с переменной интенсивностью $\lambda(t)$, которая может принимать два значения $\lambda(t) = \lambda_1$ и $\lambda(t) = \lambda_2$. Переход из состояния $\lambda(t) = \lambda_1$ в состояние $\lambda(t) = \lambda_2$ за малое время Δt происходит с вероятностью $\alpha_1 \Delta t + o(\Delta t)$, а из состояния $\lambda(t) = \lambda_2$ в состояние $\lambda(t) = \lambda_1$ — с вероятностью $\alpha_2 \Delta t + o(\Delta t)$.

2. Фонд расходует поступившие денежные средства. Будем считать, что расходование денежных средств происходит непрерывно во времени со скоростью $b(s)$, так что за время Δt выплата составляет $b(s)\Delta t$. Предполагается, что управление расходованием денежных средств имеет релейный характер, т. е. $b(s) = b_0$, если $s < s_0$, $b(s) = b_1$, если $s \geq s_0$, для некоторого порогового значения капитала s_0 . Так как фонд не имеет цели получения прибыли, то будем считать, что $b_0 = (1 - \theta)\lambda_0 a$, $b_1 = (1 + \theta)\lambda_0 a$, где $\lambda_0 = (\lambda_1 \alpha_2 + \lambda_2 \alpha_1) / (\alpha_1 + \alpha_2)$ есть средняя интенсивность потока страховых выплат и $0 < \theta < 1$. Таким образом, при $s < s_0$ фонд расходует в среднем меньше, чем собирает, а при $s \geq s_0$ расходует в среднем больше, чем собирает.

Наконец, будем считать, что при $s < 0$ фонд не прекращает своей деятельности, но наступает период неплатежеспособности фонда, обязательства фонда выполняются по мере поступления денежных средств.

В работе исследуются такие характеристики математической модели, как плотность распределения капитала фонда в стационарном режиме $p(s)$, средняя продолжительность периода неплатежеспособности фонда $m(s)$ ($s < 0$) и средняя продолжительность периода повышенных выплат $\mu(s)$ ($s \geq s_0$). В частности, показано, что при $\theta \ll 1$ плотность распределения капитала фонда имеет вид

$$p(s) = \frac{B\theta}{2A} \exp \left\{ -\frac{B\theta}{A} |s - s_0| \right\} + O(\theta),$$

где

$$A = \frac{\lambda_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{2\alpha_1\alpha_2} a_2 + \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} a^2, \quad B = \frac{\lambda_0(\alpha_1 + \alpha_2)}{\alpha_1\alpha_2} a,$$

средняя продолжительность периода неплатежеспособности $m(s) = -s/(\lambda_0 a \theta) + o(1)$,
средняя продолжительность периода повышенных выплат $\mu(s) = (s - s_0)/(\lambda_0 a \theta) + o(1)$.