

**А. Р. Лукманова (Уфа, УГАТУ). Сравнение инвестиционных проектов в условиях случайной процентной ставки.**

Для потенциального инвестора задача сравнительного анализа инвестиционных проектов является одной из важнейших. В работе, представленной данным сообщением, рассматривается задача сравнения проектов в условиях случайной процентной ставки.

Инвестиционный проект [2]  $A$  задается вектором  $A = (a_0, a_1, \dots, a_n)$ , где  $a_i$  — платеж в момент времени  $i = 0, 1, 2, \dots$  (год).

В качестве критерия эффективности инвестиционного проекта будем рассматривать критерий NFV (Net Future Value), который характеризует прибыль, получаемую к концу проекта:  $NFV(A) = \sum_{i=0}^n a_i \prod_{j=i}^{n-1} (1 + R_j)$ , где  $R_j$  — процентные ставки в  $j$ -м году. Они являются случайными величинами. Во многих моделях временной структуры процентных ставок эволюция процентной ставки задается с помощью стохастических уравнений вида  $dR_t = a(t, R_t) dt + \sigma(t, R_t) dW_t$ , где  $W = (W_t)_{t \geq 0}$  — стандартный винеровский процесс,  $a(t, R_t)$  и  $\sigma(t, R_t)$  — некие функции, а  $R_0 = r_0$  ( $r_0$  — значение процентной ставки в начальный момент времени).

В зависимости от характера функций  $a(t, R_t)$  и  $\sigma(t, R_t)$  выделяются модели Рендлмана–Барттера, Васичека, Кокса–Ингерсолла–Росса и другие [3], [4].

Напомним, что случайная величина  $X$  стохастически доминирует над случайной величиной  $Y$  [1], если их функции распределения удовлетворяют неравенству  $F_X(u) \leq F_Y(u)$  для любого  $u$ . Будем говорить, что проект  $A$  стохастически доминирует над проектом  $B$ , если случайная величина  $NFV(A)$  стохастически доминирует над случайной величиной  $NFV(B)$ . Для установления отношения стохастического порядка необходимо построить функции распределения случайной величины  $NFV$  каждого проекта.

Случайную величину  $NFV(A)$  можно представить в виде

$$NFV(A) = (1+R_n)(1+R_{n-1}) \cdots (1+R_2)(1+R_1)(a_0(1+R_0)+a_1)+a_2 \cdots +a_{n-1}+a_n = C_{n-1},$$

где  $C_0 = a_0(1 + R_0) + a_1$ ,  $C_i = C_{i-1}(1 + R_i) + a_{i+1}$  для  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Такое представление позволяет предложить следующий алгоритм нахождения ее функции распределения. Сначала определяется плотность распределения случайной величины  $C_1 = C_0(1 + R_1) + a_2$  как линейного преобразования случайной величины  $R_1$ . Затем рекурсивно вычисляются плотности распределения  $f_{C_i}(x)$  случайных величин  $C_i$  для  $i = 2, 3, \dots, n - 1$  на основе известных на каждом шаге плотностей распределения  $f_{C_{i-1}}(x)$  и  $f_{1+R_i}(x)$  случайных величин  $C_{i-1}$  и  $1 + R_i$ :

$$f_{C_i}(x) = - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{y} f_{C_{i-1}}(y) f_{1+R_i}\left(\frac{x}{y}\right) dx + \int_0^{\infty} \frac{1}{y} f_{C_{i-1}}(y) f_{1+R_i}\left(\frac{x}{y}\right) dx.$$

Наконец, находим функцию распределения прибыли проекта  $A$ :  $F_A(x) = \int_{-\infty}^x f_{C_n}(x) dx$ .

На основе предложенного подхода разработан программный модуль на базе системы Mathcad, реализующий данный алгоритм.

Отметим, что отношение стохастического доминирования может быть установлено не над любыми двумя проектами. В таких случаях используются более слабые отношения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булинская Е. В. Теория риска и перестрахование. Ч. 1: Упорядочивание рисков. М.: МГУ, 2001, 119 с.
2. Виленский П. Л., Лившиц В. Н., Смоляк С. А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика. М.: Дело, 2004, 888 с.

3. *Лобанов А. А.* Энциклопедия финансового риск-менеджмента. М.: Альпина Бизнес Букс, 2003, 878 с.
4. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. Москва: ФАЗИС, 1998, 512 с.