Л. В. Розовский (Санкт-Петербург, СПХФА). **О малых уклонениях модифицированных сумм независимых случайных величин.**

Расмотрим последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2, \ldots$ с нулевыми средними и единичными дисперсиями. Положим $S_n = X_1 + \cdots + X_n$, $n \geqslant 1$, $S_0 = 0$.

Пусть функция $d(t)$ непрерывна на $[0,1]$ и существует такое $\gamma > 1/2$, что

$$d(t) = O\left(t^{\gamma}\right), \qquad t \searrow 0. \tag{1}$$

Введем «модифицированные» суммы S_k^* и их размах R_n^*, положив

$$S_k^* = S_k + d\left(\frac{k}{n}\right) S_n, \qquad 0 \leqslant k \leqslant n;$$

$$m_n^* = \min_{0 \leqslant k \leqslant n} S_k^*, \quad M_n^* = \max_{0 \leqslant k \leqslant n} S_k^*, \quad R_n^* = M_n^* - m_n^*.$$

Имеет место следующий результат.

Теорема. *Пусть* $\varphi_n \nearrow \infty$, $\varphi_{n+1} \sim \varphi_n$, $\limsup \log \varphi_n / \log n \leqslant 1/2$; *положительная функция* $g(u)$ *правильно меняется на бесконечности с некоторым показателем* ρ, $0 \leqslant \rho < 2(2\gamma - 1)$. *Положим*

$$f_n = g(\varphi_n)\,\frac{\varphi_{n+1} - \varphi_n}{\varphi_n}, \quad \widehat{g}(r) = \int_1^r g(u)\,\frac{du}{u}.$$

Если $\rho > 0$, *то при любых* $0 < a < b < \infty$

$$\lim_{r \nearrow \infty} \frac{1}{g(r)} \sum_{n \geqslant 1} f_n\, \mathbf{P}\left\{ -ar\frac{\sqrt{n}}{\varphi_n} \leqslant m_n^* \leqslant M_n^* \leqslant br\frac{\sqrt{n}}{\varphi_n} \right\} = C(\rho; a, b), \tag{2}$$

$$\lim_{r \nearrow \infty} \frac{1}{g(r)} \sum_{n \geqslant 1} f_n\, \mathbf{P}\left\{ R_n^* \leqslant r\sqrt{n}/\varphi_n \right\} = C(\rho), \tag{3}$$

где $C(\rho; a, b)$ *и* $C(\rho)$ *- некоторые положительные постоянные, зависящие лишь от указанных параметров (и от функции* d *из условия* (1)); *если* $\rho = 0$ *и* $\widehat{g}(\infty) = \infty$, *то соотношения* (2) *и* (3) *сохраняют справедливость при замене множителя* $1/g(r)$ *в левой части этих равенств на* $1/\widehat{g}(r)$, *а постоянных в правой их части — на единицы.*

Заметим, что если $d(t) = 0$, то «модифицированные» суммы и размах превращаются в обыкновенные, условие (1) выполняется при *любом* положительном γ и

$$C(\rho; a, b) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{c\sqrt{2}}{\pi}\right)^{\rho} \Gamma(\rho/2) \sum_{k \geqslant 0} (2k+1)^{-1-\rho} \sin(2k+1)\pi a/c, \quad c = a + b,$$

$$C(\rho) = \frac{4}{\pi^2}(1+\rho)\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^{\rho} \Gamma(\rho/2) \sum_{k \geqslant 0} (2k+1)^{-(2+\rho)}.$$