

В. В. Черняев (Ставрополь, Сев.-Кавк. ГТУ). **Фрактальность оптимальных корневых деревьев и древесность классических фракталов.**

Вводится понятие оптимального геометрического корневого дерева, как связной линии минимальной длины соединяющей n заданных точек v_i ($i = 1, 2, \dots, n$), называемых в дальнейшем вершинами, с точкой v_0 — корнем оптимального дерева. При этом должен выполняться принцип «равной доступности» вершин дерева к корню. Этот принцип в данном случае выражается в том, что длины цепей дерева от корня до каждой вершины равны между собой. Принцип «равной доступности» приводит к новой задаче построения связной линии минимальной длины отличной, как и от задачи Штейнера, так и от задач рассматриваемых в рамках теории минимальной сети.

Рассматриваются построения оптимальных деревьев для различных случаев задания множества $\{v_i\}$, при этом используется, евклидова и «манхетенская» метрики.

Полученные оптимальные деревья при выполнении принципа «равной доступности» обладают вполне определенными фрактальными свойствами: самоподобием, масштабной инвариантностью. Построение оптимальных деревьев обобщается на случай бесконечного числа вершин, как счетного, так и несчетного. Фрактальная размерность оптимальных деревьев непосредственно связана с фрактальной размерностью заданного множества вершин. Эта размерность равна единице, если размерность множества вершин меньше единицы и совпадает с размерностью множества вершин, если последняя больше или равна единице [1]. Для фрактальных множеств вершин соответствующее оптимальное дерево предлагается называть *древесным носителем* фрактала, при этом несомненно, что само дерево также является фракталом.

Необходимо подчеркнуть, что подобные фрактальные объекты возникают как результат решения вполне определенной оптимизационной геометрической задачи.

Рассмотренные подходы можно использовать на случай моделирования геометрических характеристик «биологических деревьев». При этом используются обобщения гипотезы Леонардо о соотношении диаметров ветвей дерева [2], и минимизация проводится не по суммарной длине дерева, а по суммарному весу, учитывающему различия ветвей дерева. Принцип «равной доступности» в данном случае выражается в одинаковых весах всех цепей соединяющих корень с вершинами.

Далее рассматриваются построения оптимальных деревьев, для которых предельное множество вершин, являются классическими фракталами, такими, как пыль Кантора, снежинка Коха, ковер Серпинского и др. Фактически возникает новый способ построения классических фракталов через их древесный носитель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mandelbrot B. B.* The Fractal Geometry of Nature. Freeman. San Francisco, 1982.
2. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. Ижевск: Изд. дом «Удмуртский университет», 2000.