

А. Н. Бестужева, А. Л. Смирнов (Санкт-Петербург, ПГУПС).
Общие алгоритмы расчетов линейных электрических цепей в системе Mathematica.

В работе, представленной данным сообщением, обсуждаются результаты попыток универсализации алгоритмов расчетов линейных электрических цепей с сосредоточенными параметрами, разработанных в [1].

Произвольная линейная электрическая схема с сосредоточенными параметрами описывается системой алгебро-дифференциальных уравнений [2], [3] (уравнения, составленные по первому и второму законам Кирхгофа, а также уравнения связи):

$$AI = 0, \quad BU = 0, \quad U_R = RI_R, \quad U_L = L\dot{I}_L + M_L\dot{I}_M, \quad I_C = C\dot{U}_C + M_C\dot{U}_M. \quad (1)$$

Здесь I — вектор токов, U — вектор напряжений, $U(I)_{(R,L,C)}$ — соответственно, напряжения и токи на элементах цепи (активном сопротивлении, индуктивности, емкости), M_L , M_C — матрицы взаимоиנדуктивности (взаимоемкости), A — матрица инцидентий, B — матрица независимых контуров.

Указанная система может быть преобразована к системе дифференциальных уравнений, порядок которой определяется топологией цепи. Порядок может быть определен следующим образом. Сначала строится упрощенная система, в которой объединяются индуктивности, соединенные последовательно, и емкости, соединенные параллельно. Величина $n = n_L + n_C - k_L - k_C$, где n_L и n_C — соответственно, число индуктивностей и емкостей в схеме электрической цепи, k_L — число узлов, в которых сходятся ветви, содержащие только индуктивности, k_C — число контуров, содержащих только емкости, определяет порядок системы дифференциальных уравнений первого порядка.

Линейность исходных схем электрических цепей позволяет использовать алгоритмы линейной алгебры и теории линейных дифференциальных уравнений. В частном случае (при $L = 0$, $C = \infty$) система описывает цепь постоянного тока. Интересен процесс вырождения исходной системы, содержащий малые (большие) параметры при производных (при $L \rightarrow 0$, $C \rightarrow \infty$).

Преимуществом системы Mathematica при расчете электрических цепей является, в первую очередь, наличие средств для численного и символьного решений систем линейных алгебраических уравнений и численного и символьного решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Система Mathematica позволяет автоматизировать процесс получения системы (1), основываясь только на задании графа цепи и векторов элементов цепи (активных сопротивлений, ЭДС, индуктивностей, емкостей, матриц взаимоиנדуктивности и взаимоемкости) и преобразования ее в систему дифференциальных уравнений (в случае наличия реактивных сопротивлений) или алгебраических уравнений (в случае наличия только активных сопротивлений). Алгоритмизирован процесс сведения алгебро-дифференциальных уравнений к дифференциальным путем исключения «лишних» переменных.

Разработанные и реализованные в пакете Mathematica алгоритмы позволяют составить уравнения и решить их для электрических цепей постоянного тока, цепей синусоидального и трехфазного токов, цепей периодического (несинусоидального) тока и, главное, рассматривать переходные процессы, протекающие в электрических цепях, т. е. режимы включения и выключения и процессы, происходящие в электрических цепях при скачке ЭДС, колебаниях величины иных параметров. Система Mathematica позволяет получать решения систем алгебраических и дифференциальных уравнений в символьном виде. Графические функции позволяют строить зависимости переменных от выбранных параметров, что дает широкие перспективы для постановки и исследования различных оптимизационных задач. В частности, можно построить в пространстве параметров (R, C, L) такую область, что для любой ее точки (набора параметров) значения переменных (токов, напряжений) будут лежать в заданных диапазонах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ким К. К., Бестужева А. Н., Смирнов А. Л.* Расчет электрических цепей в системе Mathematica. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 14, в. 2, с. 309–311.
2. *Нейман Л. Р., Демирчян К. С.* Теоретические основы электротехники. В 2-х т. Л.: Энергия, 1967, т. 1, 524 с., т. 2, 408 с.
3. Теоретические основы электротехники. Т. 1./ Под ред. П.А.Ионкина. М.: Высшая школа, 1976, 544 с.