

Т. В. Ерошкина (Челябинск, ЮУрГУ). **Анализ математических моделей напряженно-деформированного состояния продольной мягкой прослойки, с сечением в форме кольцевого сектора, в цилиндрической оболочке.**

Задача определения напряженно-деформированного состояния мягкой прослойки (МП), расположенной в кольце из более прочного материала, в условиях плоской деформации, возникает при анализе несущей способности цилиндрических оболочечных конструкций, содержащих сварные продольные швы. В сообщении обсуждаются подходы к исследованию соответствующих математических моделей (в том числе новых), некоторые результаты. Прослойка моделируется как кольцевой сектор, а уравнения равновесия записываются в цилиндрических координатах. Такой подход впервые рассмотрен в [1]. Определение напряженно-деформированного состояния пластического кольцевого сектора может быть сведено к решению недоопределенной краевой задачи для системы уравнений

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} - \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0; \quad (2)$$

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm 2 \sqrt{1 - (\tau_{\rho\theta})^2}; \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}} = \frac{2\tau}{\frac{\partial v_\rho}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \rho}}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_\rho}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0. \quad (5)$$

Здесь $\sigma_\rho, \sigma_\theta, \tau_{\rho\theta}$ (безразмерные компоненты тензора напряжений), v_ρ, v_θ (скорости смещений в радиальном и кольцевом направлениях) — функции двух переменных ρ и θ , где ρ, θ — полярные координаты точки МП. Недостаточность краевых условий требует ограничений на класс решений. Можно использовать ограничения статического характера. В предположении, что в средней части слоя выполняется гипотеза разделения переменных для касательных напряжений [1, 2], проанализированы все возникающие при этом математические модели; получены приближенные решения системы (1)–(3). Среди ограничений кинематического характера наиболее естественной и адекватной объекту является гипотеза плоских сечений $v_\theta = Z(\theta)$. При ее выполнении (впервые) получено решение соответствующей краевой задачи для системы (1)–(5). Показано, что это решение является уточнением решения [1]. В частности,

$$\tau_{\rho\theta} = TR / \sqrt{1 - T^2 R^2}, \quad T = Z''(\theta) / Z'(\theta), \quad R = \rho(\rho^2 - \rho_0^2) / 2(2 + \rho^3) \rho_0^2.$$

В то же время функция R должна быть, хотя бы приближенно, решением краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения $\rho^2 R'' + 4\rho R' R + 3R' \rho + 2R^2 = 0$ (как и в [1, 2]). Полученные результаты позволяют оценить предельные напряжения, возникающие в МП тонкостенной цилиндрической оболочки и, следовательно, вычислить величину критического внутреннего давления в оболочке в зависимости от геометрических и механических параметров прослойки.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 05–08–18179.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дильман В. Л., Ерошкина Т. В. Напряженное состояние продольной мягкой прослойки, с сечением в форме кольцевого сектора, в тонкостенной цилиндрической оболочке. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2006, т. 13, в. 4, с. 637.

2. Дильман В.Л., Ерошкина Т.В. Математические модели напряженного состояния пластического слоя с сечением в форме кольцевого сектора. — Вестник ЮУрГУ, сер. матем., физ., хим., 2006, в. 7, № 7, с. 13–20.