

И. К. Коханенко (Ростов-на-Дону, РВИ РВ). **Управление системами с фрактальной топологией.**

Многие нелинейные динамические системы, адекватно описывающие явления в ряде задач техники, экономики, психологии и социологии, являются фрактальными. Такие системы самоподобны и поведение их автомодельно. Описание их состояния может быть сведено к множеству кластеров (групп), каждый из которых включает определенное число элементов. При этом текущее число I акцентированных элементов определяется как

$$I = Rn^{-(\alpha+1)}, \quad (1)$$

где R зависит от параметров системы, а относительное число акцентированных кластеров — плотность n связана (в случае большого максимально возможного числа кластеров) со своим рангом r ранговым фракталом вида [1]:

$$n = [L/r]^\gamma, \quad \gamma = 1/\alpha; \quad (2)$$

здесь α — фрактальная размерность, L — коэффициент, определяемый параметрами системы. Важным свойством подобных систем является персистентность, когда поведение системы, имея тренд на некотором промежутке времени, вероятнее всего сохранит его и в последующем. В ряде случаев целесообразно лишать систему этого свойства и приводить ее к противоположному поведению — антиперсистентному. В работах [1], [2] показано, что наличие указанных свойств определяется величиной фрактальной размерности. Поэтому задача управления с целью изменения свойств сводится к изменению по определенному закону параметра α . Ниже приведен закон управления $u(r)$, реализующий следующую задачу:

$$u(r) := A_0^{-1} \left[r^{-1/\alpha} \frac{\ln r}{\alpha^2} (\alpha p - \alpha) + \frac{1}{2} \left(r^{-1/\alpha} \frac{\ln r}{\alpha^4} - 2r^{-1/\alpha} \frac{\ln r}{\alpha^2} \right) (\alpha p - \alpha)^2 \right].$$

Здесь A_0 — нормирующий множитель, αp — фрактальная размерность, обеспечивающая требуемое свойство (персистентное, антиперсистентное) системы — определяется из критериев, обоснованных в [1]. Закон управления $u(r)$, полученный из (2), определяет вариации плотности $n(r)$, соответствующие тем значениям вариаций $(\alpha - \alpha p)$ фрактальной размерности, которые приводят к требуемым свойствам системы. При $1 < \alpha \leq 2$ управление может решать задачу лишения системы свойства персистентности, при $0 < \alpha \leq 1$ — задачу приведения системы к фрактальной топологии, при $\alpha \geq 2$ — придания системе свойства антиперсистентности. Управление сводится к определению исходного значения фрактальной размерности и последующему итеративному применению закона $u(r)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коханенко И. К. Фрактальная топология и динамика экономических систем. — Экономика и матем. методы, 2007, т. 43, № 1.
2. Коханенко И. К. Фрактальная размерность как критерий системной устойчивости. — Изв. РАН. Теория и системы управления, 2003, № 2.