

А. А. Андреев, С. В. Лексина (Самара, СамГУ). **Смешанные задачи для системы волновых уравнений.**

Для системы

$$u_{tt} - Au_{xx} = 0, \quad (1)$$

описывающей продольно-крутильное колебание длинной естественно закрученной нити [1], рассмотрены смешанные задачи в области $D = [0 \leq x \leq l] \times [0 \leq t \leq T]$ с начальными и финальными условиями по t , $u(x, t)$ — вектор-столбец, A — постоянная матрица второго порядка.

Построены аналоги формул Даламбера для системы (1). Используя полученные формулы, решены смешанные задачи I и II.

З а д а ч а I. Найти функцию $u(x, t) \in \widetilde{W}_2^2(D)$ [2], удовлетворяющую системе (1) в области D , начальным условиям $u(x, 0) = \varphi(x)$, $u_t(x, 0) = \psi(x)$, краевым условиям

$$u_x(0, t) = \mu(t), \quad u_x(l, t) = \nu(t), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

Причем выполнены условия согласования $\varphi'(0) = \mu(0)$, $\varphi'(l) = \nu(0)$, где φ , ψ , μ , ν — вектор-функции.

З а д а ч а II. Найти функцию $u(x, t) \in \widetilde{W}_2^2(D)$ [2], удовлетворяющую системе (1) в области D , финальным условиям $u(x, 0) = \Phi(x)$, $u_t(x, 0) = \Psi(x)$, краевым условиям (2). Причем выполнены условия согласования $\Phi'(0) = \mu(0)$, $\Phi'(l) = \nu(0)$, где Φ , Ψ , μ , ν — вектор-функции.

Получено в явном виде единственное решение краевых задач I и II при $0 \leq T \leq l / \max\{\lambda_1, \lambda_2\}$, где λ_1 , λ_2 — собственные значения матрицы A .

Задача с краевыми условиями $u(0, t) = \mu(t)$, $u(l, t) = \nu(t)$, $0 \leq t \leq T$ была рассмотрена в [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горошко О. Ф., Чиж А. А.* К вопросу о продольно-крутильных колебаниях упругой естественно закрученной нити (каната) переменной длины с концевым грузом, движущимся по жестким направляющим. — В кн.: Стальные канаты. Т. 1. Киев: Техника, 1964, с. 56–64.
2. *Ильин В. А.* Волновое уравнение с граничным управлением на двух концах за произвольный промежуток времени. — Дифференц. уравнения, 1999, т. 35, № 11, с. 1517–1534.
3. *Андреев А. А., Лексина С. В.* О граничном управлении системы продольно-крутильных колебаний. — В сб.: Конференция «Дифференциальные уравнения и их приложения». Самара: Изд-во Универс групп, 2007, 156 с.