

А. К. Багдасарян, В. И. Гусев (Москва, ВЗФЭИ). **Исследование зависимостей в портфеле акций российских компаний.**

Для анализа портфеля акций полезно рассмотреть его как многомерное пространство, где размерностью служит количество акций, входящих в портфель. Эта гипотеза мотивирована апостериори тем фактом, что такая объединительная таксономия имеет смысл с экономической точки зрения.

На финансовых рынках много акций торгуются одновременно. Один из методов изучения сходства и различия синхронной эволюции цен пары акций состоит в изучении коэффициента корреляции ρ_{ij} между дневными изменениями логарифмов цен двух акций — i и j . Запишем последовательные разности натуральных логарифмов цен для акции i как [1]: $S_i = \ln Y_i(t) - \ln Y_i(t-1)$.

Коэффициент корреляции находится из соотношения

$$\rho_{ij} = \frac{\langle S_i S_j \rangle - \langle S_i \rangle \langle S_j \rangle}{\sqrt{\langle S_i^2 - \langle S_i \rangle^2 \rangle \langle S_j^2 - \langle S_j \rangle^2 \rangle}}.$$

Здесь Y_i есть цена закрытия торгового дня t для акции i , а S_i — изменение логарифма цены акции i за этот день. Угловые скобки означают среднее по времени по всем торговым дням внутри исследуемого временного периода. Коэффициент корреляции ρ_{ij} может принимать значения в диапазоне от -1 до 1 с тремя характерными величинами: 1 (полностью коррелированные цены акций), 0 (корреляция между ценами акций отсутствует), -1 (полностью антикоррелированные изменения в ценах акций).

Рассмотрим конкретный пример — портфель, состоящий из 7 акций: Лукойл (LUK), Мосэнерго (MOS), Норникель (NOR), PAO ЕЭС (RAO), Ростелеком (ROS), Сбербанк (SBR), Сургутнефтегаз (SUR). Проанализируем часовые котировки с 16 марта 2006 г. по 29 декабря 2006 г. Для того чтобы получить расстояния между акциями этих компаний, рассчитаем их коэффициенты корреляции:

Таблица 1. Коэффициент корреляции, рассчитанный для 7 акций.

ρ_{ij}	LUK	MOS	NOR	RAO	ROS	SBR	SUR
LUK	1,0	0,37	0,82	0,79	0,42	0,66	0,86
MOS		1,0	0,34	0,41	0,32	0,33	0,36
NOR			1,0	0,76	0,39	0,65	0,76
RAO				1,0	0,42	0,67	0,75
ROS					1,0	0,34	0,46
SBR						1,0	0,62
SUR							1,0

Определим расстояния между акциями [1]: $d_{ij} = \sqrt{2(1 - \rho_{ij})}$. Матрица расстояний для рассматриваемых акций выглядит следующим образом (см. табл. 2).

Таблица 2. Матрица расстояний между акциями 7 компаний.

d_{ij}	LUK	MOS	NOR	RAO	ROS	SBR	SUR
LUK	0	1,12	0,61	0,64	1,08	0,82	0,53
MOS		0	1,15	1,08	1,17	1,16	1,13
NOR			0	0,7	1,1	0,83	0,69
RAO				0	1,07	0,81	0,71
ROS					0	1,15	1,04
SBR						0	0,88
SUR							0

Для анализа портфеля построим индексированное иерархическое дерево, используя следующий алгоритм [1]. Находим пару акций, разделенных наименьшим расстоянием: LUK и SUR ($d = 0,53$). Затем находим пару акций со следующим наименьшим расстоянием: NOR и LUK ($d = 0,61$). Действуя таким образом, заканчиваем построение индексированного иерархического дерева.

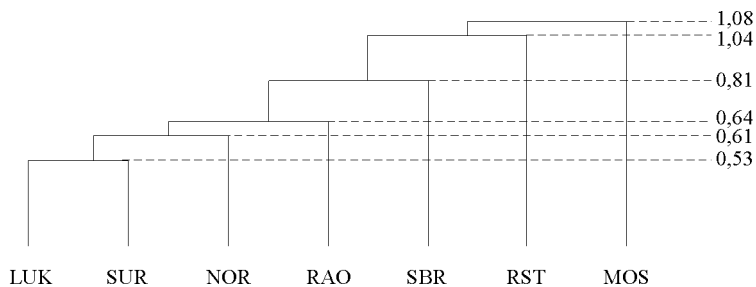


Рис. Индексированное иерархическое дерево, полученное для примера 7 акций

Дерево ясно показывает, какие акции расположены «близко» друг к другу. Вполне объяснимо, например, что акции Лукойла и Сургутнефтегаза находятся вместе. Интересно, что акции компании Сбербанк находятся ближе к нефтяным компаниям, чем акции Мосэнерго.

Таким образом, вырисовывается возможность построить стратегии, которые позволяют получить осмысленную таксономию, используя корреляционный анализ более чем одного ценового ряда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мантенья Р., Стенли Ю. Введение в эконофизику. Корреляции и сложность в финансах. (В печати.)