

С. М. А н а н ь е в с к и й (Санкт-Петербург, СПбГУ). **О пределе отношений функций концентрации сумм случайных векторов.**

Основным объектом изучения в работе, представленной данным сообщением, является функция концентрации случайного вектора.

Пусть $X, X_1, X_2, \dots$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных векторов со значениями в $\mathbf{R}^d$, $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, E — измеримое подмножество $\mathbf{R}^d$, $Q(X, E) = \sup_{a \in \mathbf{R}^d} \mathbf{P}\{X + a \in E\}$ — функция концентрации случайного вектора X на множестве E . Мы будем предполагать, что случайный вектор X с характеристической функцией $f(t)$ имеет невырожденное распределение, т.е. распределение, не сосредоточенное ни на каком $(d-1)$ -мерном аффинном подпространстве $\mathbf{R}^d$. Совершив подходящее линейное преобразование в $\mathbf{R}^d$, мы можем считать, что распределение векторов X_i нормализовано в следующем смысле: существуют такие d_1 ($0 \leq d_1 \leq d$) и $\beta_1, \dots, \beta_{d_1}$, что $f(2\pi n_1, \dots, 2\pi n_{d_1}, 0, \dots, 0) = \exp\{2\pi i(n_1\beta_1 + \dots + n_{d_1}\beta_{d_1})\}$ для $n_1, \dots, n_{d_1} \in \mathbf{Z}$ и $|f(t)| < 1$ для остальных $t \in \mathbf{R}^d$. Если $d_1 = d$, то распределение X решетчатое; если $d_1 = 0$, то распределение X нерешетчатое.

Пусть $I_{h_1, \dots, h_d} = \{x = (x_1, \dots, x_d) \in \mathbf{R}^d: |x_k| \leq h_k/2 \text{ при всех } k: 1 \leq k \leq d\}$, где все $h_k > 0$.

Теорема 1 (нерешетчатый случай). Пусть распределение случайных векторов $X_1, X_2, \dots$ нормализовано, $d_1 = 0$. Тогда при фиксированных $m \geq 0$, $h_i > 0$, $s_i > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Q(S_{n+m}, I_{h_1, \dots, h_d})}{Q(S_n, I_{s_1, \dots, s_d})} = \prod_{i=1}^d \frac{h_i}{s_i}.$$

Теорема 2 (решетчатый случай). Пусть распределение случайных векторов $X_1, X_2, \dots$ нормализовано, $d_1 = d$ и шаг распределения $l > 0$. Тогда при фиксированных $m \geq 0$, $h_i > 0$, $s_i > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Q(S_{n+m}, I_{h_1, \dots, h_d})}{Q(S_n, I_{s_1, \dots, s_d})} = \prod_{i=1}^d \frac{[h_i/l] + 1}{[s_i/l] + 1},$$

где $[a]$ — целая часть a .

Пусть $A \subset \mathbf{R}^d$ и A — замкнутое, выпуклое, симметричное, ограниченное с непустой внутренностью множество. Симметричность означает следующее: если $a \in A$, то $(-a) \in A$.

Теорема 3. При фиксированном $m \geq 0$ и для любого описанного выше множества A верно равенство:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Q(S_{n+m}, A)}{Q(S_n, A)} = 1.$$

Теоремы, приведенные в данном сообщении, являются обобщением на многомерный случай результатов [1]. Имеются также исследования промежуточных случаев, когда для нормализованных распределений векторов X значение d_1 между 0 и d .

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00486, и гранта № НШ-4222.2006.1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рогозин Б. А.* Предельная теорема для отношений функций концентрации. — Теория вероятн. и ее примен., 2001, т. 46, в. 4, с. 801–803.
2. *Ананьевский С. М.* Отношение функций концентрации случайных векторов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2004, т. 11, в. 3, с. 500.