С. П. Горшков (Москва, ТВП). **О значениях весов слабо положительных (слабо отрицательных) булевых функций.**

Булева функция $f(x_1, \ldots, x_k)$ называется:

1) *слабо положительной*, если $f = 1$ или существует представление f в виде КНФ $f = \wedge_{i=1}^{t}(x_{s_{i1}}^{\alpha_i} \vee x_{s_{i2}} \vee \cdots \vee x_{s_{ik_i}})$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, \ldots, t$;

2) *слабо отрицательной*, если $f = 1$ или существует представление f в виде КНФ $f = \wedge_{i=1}^{t}(x_{s_{i1}}^{\alpha_i} \vee \overline{x}_{s_{i2}} \vee \cdots \vee \overline{x}_{s_{ik_i}})$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, \ldots, t$.

В работах [1], [2] показано, что слабо положительные и слабо отрицательные функции (наряду с мультиаффинными и биюнктивными функциями) порождают полиномиально решаемые классы систем булевых уравнений без ограничений на выбор неизвестных. В англоязычной литературе слабо отрицательные функции часто называются *хорновскими функциями*, а слабо положительные булевы функции — *антихорновскими функциями*.

Теорема. *Для любого $k \geqslant 1$ и любого $t \in \{1, \ldots, 2^k - 1\}$ найдется слабо положительная (слабо отрицательная) функция веса t, существенно зависящая от всех k переменных.*

Замечание 1. Утверждение теоремы не может быть распространено на значения $t = 0$ или $t = 2^k$, поскольку в этих случаях функция f от всех переменных зависит несущественно. Вместе с тем, отметим, что функции, тождественно равные нулю или единице, являются слабо положительными и слабо отрицательными.

Замечание 2. Любая мультиаффинная функция $f(x_1, \ldots, x_k)$, не равная тождественно нулю, имеет вес 2^m, $m \in \{0, \ldots, k\}$ (см. [1]), а равновероятных биюнктивных функций, существенно зависящих от $k \geqslant 5$ переменных, не существует [3]. Результат теоремы показывает, что относительно веса функции классы слабо положительных и слабо отрицательных функций значительно богаче.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schaefer T.* Complexity of satisfiability problems. — In: Proceedings of the 10 Annual ACM Symposium on Theory of Computing Machinery, 1978, p. 216–226.
2. *Горшков С. П.* Применение теории NP-полных задач для оценки сложности решения систем булевых уравнений. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1995, т. 2, в. 3, с. 325–398.
3. *Тарасов А. В.* О свойствах функций, представимых в 2-КНФ. — Дискретн. матем., 2002, т. 13, в. 4, с. 99–115.