

В. С. Г л у щ е н к о в, А. С. Л ю л и н, А. В. М а н т у л е н к о,
А. Л. С а р а е в, Ю. В. Х о х р я к о в а (Самара, СамГУ). Прогнозирование реологических свойств микронеоднородных сред.

В работе, представленной данным сообщением, рассмотрено моделирование макроскопических реологических свойств многокомпонентных микронеоднородных материалов в условиях релаксации и ползучести.

Рассмотрим многокомпонентный композиционный материал, первый компонент которого является матрицей, а другие — отдельными шаровыми хаотически распределенными в матрице включениями различных материалов.

Пусть упругие элементы компонентов подчиняются обобщенному закону линейной упругости:

$$s_{ij}(\mathbf{r}, t) = 2\mu_{m,s}e_{ij}(\mathbf{r}, t), \quad \sigma_{kk}(\mathbf{r}, t) = 3K_{m,s}\varepsilon_{kk}(\mathbf{r}, t), \quad s = 1, \dots, n, \quad (1)$$

а вязкие — законам течения:

$$s_{ij}(\mathbf{r}, t) = 2\eta_{m,s}\dot{e}_{ij}(\mathbf{r}, t), \quad s = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Здесь и далее индексами m, s обозначаются материалы матрицы включений ($s = 1, \dots, n$); $\mu_{m,s}$, $K_{m,s}$ — сдвиговые и объемные модули упругости, соответственно; $\eta_{m,s}$ — коэффициенты вязкости фаз; $s_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\sigma_{kk}$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\varepsilon_{kk}$ — девиаторные части тензоров напряжений и деформаций; σ_{ij} , ε_{ij} — тензоры напряжений и деформаций; t — время, точкой обозначена операция дифференцирования по времени.

Выражение для эффективных реологических соотношений будем искать в дифференциально-операторной форме [1]:

$$\sum_{m=0}^M b_m D_m(\langle s_{ij}(t) \rangle) = \sum_{l=0}^L a_l D_l(\langle e_{ij}(t) \rangle), \quad \sum_{r=0}^R q_r D_r(\langle \sigma_{kk}(t) \rangle) = \sum_{n=0}^N f_n D_n(\langle \varepsilon_{kk}(t) \rangle), \quad (3)$$

где $D_p\{\cdot\} = \{d/dt\}^p\{\cdot\}$ есть оператор дифференцирования, угловыми скобками обозначены средние значения величин в объеме композиционного материала.

Коэффициенты a_l , b_m , f_n , q_r в выражении (3) являются рациональными алгебраическими функциями материальных параметров компонентов композиционного материала и их объемных концентраций: $\mu_{m,s}$, $\eta_{m,s}$, $K_{m,s}$, $c_{m,s}$, конкретный вид которых определяется из соотношений:

$$2\bar{\mu}^*(p) = \sum_{l=0}^L a_l p^l / \sum_{m=0}^M b_m p^m, \quad 3\bar{K}^*(p) = \sum_{n=0}^N f_n p^n / \sum_{r=0}^R q_r p^r, \quad (4)$$

где в качестве $\bar{\mu}^*(p)$, $\bar{K}^*(p)$ воспользуемся полученными в [2] выражениями для эффективных модулей упругости многокомпонентных композиционных материалов с шаровыми включениями:

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu}_m + \frac{\sum_{s=1}^n [\bar{\mu}_s] c_s \alpha_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s \alpha_s}, \quad \bar{K}^* = \bar{K}_m + \frac{\sum_{s=1}^n [\bar{K}_s] c_s \gamma_s}{c_m + \sum_{s=1}^n c_s \gamma_s}, \quad (5)$$

$$\alpha_s = \left(1 + \frac{2}{15} \frac{4 - 5\nu_m}{1 - \nu_m} \frac{[\bar{\mu}_s]}{\bar{\mu}_m}\right)^{-1}, \quad \gamma_s = \left(1 + \frac{1 + \nu_m}{3(1 - \nu_m)} \frac{[\bar{K}_s]}{\bar{K}_m}\right)^{-1}, \quad \nu_m = \frac{3\bar{K}_m - 2\bar{\mu}_m}{2(3\bar{K}_m + \bar{\mu}_m)}. \quad (6)$$

Здесь ν_m — коэффициент Пуассона; квадратными скобками обозначены разности величин: $[F_s] = F_s - F_m$.

Если в (5)–(6) положить $\bar{\mu}_{m,s} = \mu_{m,s}\eta_{m,s}p/(\mu_{m,s} + p\eta_{m,s})$, $\bar{K}_{m,s} = K_{m,s}$, то дифференциальные уравнения (3) будут описывать эффективные соотношения релаксации (Максвелловские модели).

Если в (5)–(6) положить $\bar{\mu}_{m,s} = \mu_{m,s} + p\eta_{m,s}$, $\bar{K}_{m,s} = K_{m,s}$, то дифференциальные уравнения (3) будут описывать эффективные соотношения ползучести (Фойгтовские модели).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сараев Л. А., Глуценков В. С.* Неупругие свойства многокомпонентных композитов со случайной структурой. Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2004, 164 с.
2. *Глуценков В. С.* Эффективные упругие постоянные многокомпонентных композиционных материалов. — В сб.: Труды третьей Всероссийской научной конференции «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. I. Самара, 2006, с. 46–47.