П. А. Левин, И. В. Павлов (Москва, МГТУ). **Построение нижней доверительной границы надежности технической системы в переменном режиме функционирования.**

Рассматривается техническая система (далее ТС), которая может работать в нескольких режимах функционирования, при этом различные режимы определяются теми или иными значениями действующей на систему нагрузки U. Предполагается, что интенсивность λ отказов системы в том или ином режиме является некоторой функцией нагрузки: $\lambda = \lambda(U)$, относительно которой предполагается только то, что она монотонно возрастающая, что соответствует естественному физическому допущению о возрастании интенсивности отказов системы при возрастании действующей нагрузки. Система может работать в m различных режимах. В момент τ_j происходит переключение с j-го на $(j+1)$-й. На интервале времени (τ_{j-1}, τ_j) система работает в j-м режиме с постоянной нагрузкой U_j и интенсивностью отказов $\lambda_j = \lambda(U_j)$, $j = 1, \ldots, m$.

Заметим, что испытания системы непосредственно в прогнозируемом переменном режиме на момент прогноза (например, на этапе проектирования) чаще всего затруднительны или вообще невозможны, а возможны лишь стендовые испытания системы в отдельных статистических режимах. Предполагается, что испытания системы в различных режимах проводились по планам типа $[N_j\, B\, T_j]$ (см. [1]), т. е. на испытания в j-м режиме было поставлено N_j образцов данной системы, в результате чего наблюдалось d_j отказов. Требуется, исходя из вектора результатов испытаний системы $d = (d_1, d_2, \ldots, d_m)$, построить нижнюю γ-доверительную границу для функции надежности системы в переменном режиме $P(t)$. Данная задача сводится к построению верхней γ-доверительной границы для «функции ресурса» [3], [4] вида $f(\lambda, t) = \sum_{j=1}^{k-1} (\tau_j - \tau_{j-1})\lambda_j + (t - \tau_{k-1})\lambda_k$, где $k = k(t)$ есть индекс режима, на который попадает данный момент времени t.

Для решения указанной задачи далее используется подход, основанный на общем методе доверительных множеств, в соответствии с которым искомая доверительная граница определяется как

$$\overline{f} = \max f(\lambda, t), \tag{1}$$

(1) где максимум берется по всем значениям вектора параметров $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$, принадлежащих γ-доверительному множеству $H(d)$ в пространстве параметров (см., например, [1], [2] и др.). Наиболее простым вариантом данного подхода является метод, основанный непосредственно на частных доверительных границах для параметров надежности отдельных режимов λ_j. В этом случае множество $H(d)$ задается неравенствами $0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0)$, $j = 1, \ldots, m$, где $\overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0)$ — стандартная верхняя доверительная граница с коэффициентом доверия γ_0, вычисленная по результатам испытаний d_j в j-м режиме. При этом результирующий коэффициент доверия для $\overline{f}$ определяется как $\gamma = \gamma_0^m$.

Данный подход («метод прямоугольника» или сокращенно МП) использовался ранее в [3], [4], [7]–[12] и др. Существенным его недостатком является снижение эффективности при увеличении размерности задачи (количества различных режимов) m. В рассматриваемой здесь постановке данный метод может быть значительно улучшен за счет указанной выше априорной информации о монотонном возрастании интенсивности отказов системы $\lambda(U)$ при возрастании внешней нагрузки. Отсюда следует, что параметры надежности различных режимов λ_j упорядочены. Далее для определенности рассматривается случай, когда это упорядочение имеет вид $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m$.

С учетом указанных неравенств искомая доверительная граница далее вычисляется в соответствии с (1), где максимум берется при ограничениях

$$0 \leqslant \lambda_j \leqslant \overline{\lambda}_j(d_j, \gamma_0), \qquad j = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

$$\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_m. \tag{3}$$

Получаемая при этом граница $\overline{f}$ будет заведомо лучше (меньше) по сравнению с обычным МП. Данный подход назовем «модифицированным методом прямоугольника» (ММП). Пусть $\lambda' = (\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots, \lambda'_m)$ — точка, в которой достигается максимум (1) для исходной задачи МП, $\lambda'_j = \overline{\lambda}_j(d_j, t)$, $j = 1, \ldots, m$. Обозначим $\lambda^* = (\lambda^*_1, \lambda^*_2, \ldots, \lambda^*_m)$ точку, в которой достигается максимум (1) для ММП, т.е. при ограничениях (2)–(3).

Теорема. *Если в решении λ' задачи для МП для некоторого индекса выполняется неравенство $\lambda'_t \geqslant \lambda'_{t+1}$, то в решении λ^* задачи для ММП выполняется равенство $\lambda^*_j = \lambda^*_{t+1}$.*

В соответствии с теоремой, численное нахождение доверительной границы для ММП далее сводится к не более, чем m-кратному решению значительно более простой задачи для обычного МП. Тем самым, с ростом размерности задачи (числа различных режимов) m вычислительная трудоемкость ММП возрастает не быстрее, чем линейно.

Аналогичным образом может быть значительно улучшен еще один применявшийся ранее в [3], [4] «метод плоскости» (МПЛ), основанный на статистике, вычисляемой как сумма всех отказов, наблюдаемых на испытаниях в различных режимах. Соответствующий подход, учитывающий дополнительную информацию вида (3), назовем «модифицированным методом плоскости» (ММПЛ). Для ММПЛ аналогичным образом строится соответствующий численный алгоритм для нахождения доверительной границы $\overline{f}$. Как показывает ряд численных примеров, предлагаемые методы позволяют получить довольно значительный выигрыш при доверительном оценивании функции надежности системы $P(t)$, а также ее среднего ресурса и γ-процентного ресурса в переменном режиме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05–08–50133а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гнеденко Б. В.*, *Беляев Ю. К.*, *Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965, 524 с.
2. *Павлов И. В.* Статистические методы оценки надежности сложных систем. М.: Радио и связь, 1982, 168 с.
3. *Павлов И. В*, *Левин П. А.* Доверительное оценивание надежности системы в переменном режиме работы по результатам ее испытаний в отдельных режимах. — В сб. трудов международного симпозиума «Надежность и Качество». Пенза: изд-во ПГУ, 2006, с. 26–28.
4. *Павлов И.В*, *Левин П.А.* Оценка надежности технической системы в переменном режиме функционирования. — В сб. научных трудов четвертой всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике». М.: изд-во ФИАН, 2007, с. 406–409.
5. *Карташов Г. Д.* Предварительные исследования в теории форсированных испытаний. М.: Знание, 1980, 51 с.
6. *Белов В. Н.* Стохастические модели временных процессов. Т. 2. Волгоград: Политехник, 2002, 215 с.
7. *Ллойд Д. К.*, *Липов М.* Надежность. М.: Советское радио, 1964.
8. *Беляев Ю. К.* Доверительные интервалы для функций от многих неизвестных параметров. — Докл. АН СССР, т. 196, № 4, с. 755–758.
9. *Павлов И. В.* Интервальное оценивание квазивыпуклых функций в задачах надежности. — Изв. АН СССР, техн. кибернетика, 1979, № 3.
10. *Павлов И. В.* Доверительные границы для выпуклых функций многих неизвестных параметров. — Теория вероятн. и ее примен., 1980, т. 25, в. 2, с. 394–398.
11. *Pavlov I. V.*, *Teskin O. I.*, *Ukolov S. N.* A comparison of some exact and approximate methods for calculating confidence bounds for system reliability based on component

test data. — In: Proceedings of the first international conference MMR'97. Bucharest, 1997, p. 231–236.

12. *Pavlov I. V.*, *Teskin O. I.*, *Goryainov V. B.*, *Ukolov S. N.* Confidence bounds for system reliability based on binomial components test data. — In: Proceedings of the second international conference MMR'2000. Bordeaux, 2000, p. 852–855.