

А. П. К о в а л е в с к и й (Новосибирск, НГТУ). **Знаковые методы тестирования фрактальности гауссовского шума.**

Фрактальный гауссовский шум — это стационарная гауссовская последовательность случайных величин с нулевым средним, суммы которых обладают свойством стохастического самоподобия. В случае независимости случайных величин параметр самоподобия равен $1/2$. Ответ на вопрос о том, действительно ли параметр самоподобия H отличается от $1/2$, т. е. временной ряд имеет фрактальный характер, требует построения статистического критерия тестирования фрактальности. Такой статистический критерий может быть основан, в частности, на (асимптотически) эффективной оценке параметра H [1]. Мы предлагаем другой подход, основанный на знаковом методе. Его недостаток в том, что заранее предполагается гауссовость процесса S_n . Однако подход имеет то преимущество, что он инвариантен относительно строго возрастающего (например, экспоненциального) преобразования фазового пространства исходного процесса, так как такое преобразование сохраняет знаки приращений.

Знаковый критерий проверки гипотезы о равенстве параметра $1/2$ против близкой альтернативы основывается на подсчете частоты перемены знака элементами последовательности. Предлагается также его модификация: подсчитываются индикаторы перемены знака не только исходными случайными величинами, но и величинами, образованными суммированием соседних слагаемых. Веса индикаторов перемены знака оптимизируются для наилучшего различения близких гипотез.

Знаковый метод [2] оценивания корреляционной функции гауссовской стационарной последовательности с нулевым математическим ожиданием основан на подсчете частоты перемены знака элементами последовательности. Если стационарная гауссовская последовательность $X_1, \dots, X_n$ — фрактальный гауссовский шум, то коэффициент корреляции между соседними случайными величинами равен $r(1) = 2^{2H-1} - 1$. Но и последовательные суммы k случайных величин $S_{k,i} = \sum_{j=i}^{i+k-1} X_j$ обладают тем же коэффициентом корреляции. Поэтому и вероятность иметь противоположные знаки для $S_{k,i}$ и $S_{k,k+i}$ такие же, как и для X_i и X_{i+1} . Таким образом, появляется возможность улучшить оценку параметра H , используя агрегирование случайной последовательности, то есть суммируя с весами индикаторы перемены знака блоками равной длины, полученными суммированием соседних элементов последовательности.

Доказано, что предлагаемые статистики обладают свойством асимптотической нормальности при $H < 3/4$. В этом случае дисперсия сумм индикаторов перемены знака растет линейно. Построено семейство статистических критериев заданного уровня значимости. Методами компьютерного моделирования проведено их сравнение между собой и с критерием, основанным на оценке максимального правдоподобия параметра H .

Работа выполнена при поддержке фонда Президента РФ (грант НШ-8980.2006.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dahlhaus R.* Efficient parameter estimation for self-similar processes. — *The Annals of Statistics*, 1989, v. 17, № 4, p. 1749–1766.
2. *Яглом А. М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций. Л.: 1981.