

В. А. Куделькин (Самара, «Интегра-С»). **Модель емкостного датчика.**

Простейшей моделью антенны емкостного датчика является длинный тонкий проводящий цилиндр. Для оценки влияния внешнего электрического поля на чувствительный элемент прибора рассмотрим задачу о распределении заряда на поверхности длинного цилиндрического проводника, находящегося вблизи точечного заряда.

Потенциал электростатического поля $\varphi(\vec{r})$, создаваемого в точке наблюдения \vec{r} точечным зарядом q , расположенным в точке $\vec{r}_0 = (a, 0, 0)$, имеет вид [1]:

$$\varphi(\vec{r}) = \kappa \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} + \kappa \oint_S \frac{\sigma(\vec{r}') ds'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (1)$$

где $\sigma(\vec{r}')$ — плотность наведенного электрического заряда, распределенного по поверхности проводника. В системе СИ $\kappa = 1/(4\pi\epsilon_0)$, где ϵ_0 — электрическая постоянная.

Условие эквипотенциальности проводящей поверхности, находящейся во внешнем электрическом поле, гласит:

$$\varphi(\vec{r})|_{\vec{r} \in S} = \varphi_0 = 0. \quad (2)$$

В цилиндрической системе координат оно имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{q}{\sqrt{(R \cos \varphi - a)^2 + R^2 \sin^2 \varphi + z^2}} \\ &= -R \int_{-\infty}^{\infty} dz' \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{\sigma(\varphi', z')}{\sqrt{R^2(\cos \varphi - \cos \varphi')^2 + R^2(\sin \varphi - \sin \varphi')^2 + (z - z')^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Представим поверхностную плотность заряда $\sigma(\varphi, z)$ в виде ряда:

$$\sigma(\varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_k(z) \cos k \varphi. \quad (4)$$

Выражение k компоненты разложения $\sigma_k(z)$, полученное с помощью теоремы Графа [2], [3], имеет вид:

$$\sigma_k(z) = -\frac{q}{2(1 + \delta_{k0})\pi^2 R} \int_{-\infty}^{\infty} dp \exp\{-ipz\} \frac{K_k(|p|a)}{K_k(|p|R)}, \quad (5)$$

откуда следует, что потенциал электрического поля равен

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{\kappa q}{\sqrt{r^2 + a^2 + z^2 - 2ra \cos \varphi}} - \frac{\kappa q}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \cos k \varphi \int_0^{\infty} dp \frac{\cos pz K_k(pa) K_k(pr) I_k(pR)}{K_k(pR)}. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) дают общее решение поставленной задачи.

В результате численных расчетов было установлено следующее.

1. Удаление внешнего точечного заряда сильно «размазывает» индуцированный заряд по поверхности проводника.

2. Индуцированный заряд распределен вдоль оси z по Лоренцу.

3. Основной вклад в мультипольное разложение дают монополюсный и дипольный моменты индуцированного заряда, распределенного по поверхности антенны датчика электрического поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Курс теоретической физики. Т. 2. Теория поля. М.: Наука, 1973, 504 с.
2. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979, 832 с.
3. *Корнев Б. Г.* Введение в теорию бесселевых функций. М.: Наука, 1971, 287 с.