

А. А. О ф и ц е р о в (Самара, СГАУ). **Постановка задачи массового обслуживания в ЖКХ.**

Пусть в ремонтную службу, в штате которой имеется m сотрудников, поступает поток заявок на ремонт интенсивности λ . Каждая заявка обслуживается только одним слесарем, и каждый слесарь обслуживает в каждый момент не более одной заявки. Длительность обслуживания представляет собой случайную величину с одним и тем же распределением вероятностей $F(x)$. Предполагается, что при $x \geq 0$

$$F(x) = 1 - \exp\{-\mu x\}, \quad (1)$$

где $\mu > 0$ — постоянная. Эрланг решил задачу нахождения распределения длительности обслуживания в телефонном деле.

Пусть $f_a(t)$ означает вероятность того, что обслуживание, которое уже продолжается время a , продлится еще не менее, чем t . В предположении, что длительность обслуживания распределена показательным, $f_0(t) = \exp\{-\mu t\}$. Далее ясно, что $f_0(a) = \exp\{-\mu a\}$ и $f_0(t+a) = \exp\{-\mu(t+a)\}$. А так как всегда $f_0(t+a) = f_0(t)f_0(a)$, то $\exp\{-\mu(t+a)\} = \exp\{-\mu a\}f_0(t)$ и, следовательно, $f_a(t) = \exp\{-\mu t\} = f_0(t)$, что и требовалось доказать.

Несомненно, что в реальной обстановке показательное время обслуживания является, как правило, лишь грубым приближением к действительности. Так, нередко время обслуживания не может быть меньше, чем некоторая определенная величина. Предположение же (1) приводит к тому, что значительная доля требований нуждается лишь в кратковременной операции, близкой к 0. Для освобождения от излишнего ограничения, накладываемого предположением (1), Эрлангом было предложено распределение, плотность которого дается соотношениями $\varphi_k(t) = 0$, если $t \leq 0$, $\varphi_k(t) = \mu(\mu t)^{k-1}((k-1)!)^{-1}a^{-\mu t}$, если $t > 0$, где $\mu > 0$, а k — целое положительное число.

Распределение Эрланга представляет собой распределение суммы независимых слагаемых, каждое из которых имеет распределение (1).

Обозначим для случая распределения (1) η — время обслуживания требования. Тогда средняя длительность обслуживания равна

$$\mathbf{M}\eta = \int_0^\infty x dF(x) = \mu \int_0^\infty x e^{-\mu x} dx = \frac{1}{\mu}.$$

Это равенство дает нам способ оценки параметра μ по статистическим данным. Как легко вычислить, дисперсия длительности обслуживания равна $\mathbf{D}\mu = \mathbf{M}\eta^2 - (\mathbf{M}\eta)^2 = 1/\mu^2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кениг Д., Штойян Д. Методы теории массового обслуживания. М., 1981.
2. Гнеденко Б. В., Коваленко Б. В. Введение в теорию массового обслуживания. М., 1987.