А. А. Гисметулина, А. А. Волков (Ульяновск, УлГУ). **Оценивание параметров распределения среды для процессов случайного блуждания с отражением.**

В работе, представленной данным сообщением, рассмотрена модель случайного блуждания в случайной среде [1] с отражением и построена оценка максимума правдоподобия параметров случайной среды.

Пусть задан точечный процесс $X = (X_t)_{t \geqslant 0}$, со значениями $X_t \in \mathbf{N} \cup \{0\}$, $t \geqslant 0$, $X_0 = 0$, и имеют единичные скачки. Случайная среда будет задаваться с помощью параметров $\lambda(i) > 0$, $i = 0, 1, 2, \ldots$ Это означает, что интенсивность скачков процесса X в момент времени $t \geqslant 0$ равна $\lambda(1 + X_t)$.

Пусть $F_0 = \sigma(\lambda_0, \lambda_1, \ldots)$. Тогда вероятности попадания в соседние состояния равны

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t + 1 \,|\, X_t = i, F_0\} = \lambda(i)\Delta + o(\Delta),\\
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t - 1 \,|\, X_t = i+1, F_0\} = \lambda(i)\Delta + o(\Delta),\\
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t - 1 \,|\, X_t = 0, F_0\} = 0.
\end{aligned}$$

Определим вспомогательные процессы $A = (A_t)_{t \geqslant 0}$, где A_t — число положительных скачков до момента времени t, $D = (D_t)_{t \geqslant 0}$, где D_t — число отрицательных скачков $A_t = \sum_{s \leqslant t} I\{\Delta X_s = 1\}$, $D_t = \sum_{s \leqslant t} I\{\Delta X_s = -1\}$.

Тогда процесс X может иметь представление $X = A - D$, и точечные процессы A и D имеют компенсаторы: $\widetilde{A}_t = \int_0^t \lambda(X_s)\,ds$, $\widetilde{D}_t = \int_0^t \lambda(X_{s+1})\,ds$.

С помощью этих вспомогательных процессов можно построить оценки для параметров случайной среды.

Утверждение 1. *Оценка максимума правдоподобия $\lambda(i)$ равна*

$$\widehat{\lambda}_t(i) = \left(\int_0^t I\{X_{s-} = i\}\,dA_s + \int_0^t I\{X_{s-} = i+1\}\,dD_s\right) \Big/ \left(2\int_0^t (1 + X_s)\,ds\right).$$

Однако, если система подвергнута внешнему воздействию, представленному здесь с помощью параметра a в схеме:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t + 1 \,|\, X_t = i, F_0\} = \lambda(i)\Delta + o(\Delta),\\
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t - 1 \,|\, X_t = i+1, F_0\} = (\lambda(i) + a)\Delta + o(\Delta),\\
&\mathbf{P}\{X_{t+\Delta} = X_t - 1 \,|\, X_t = 0, F_0\} = 0,
\end{aligned}$$

то справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. *Оценка параметра a равна*

$$\widehat{a}(t) = \frac{1}{X_{\max} - 1} \sum_{i=0}^{X_{\max}} \left[\frac{\int_0^t I\{X_{s-} = i+1\}\,dD_s}{\int_0^t I\{X_{s-} = i+1\}\,ds} - \frac{\int_0^t I\{X_{s-} = i\}\,dA_s}{\int_0^t I\{X_{s-} = i\}\,ds}\right],$$

где $X_{\max} = \max_{0 \leqslant s \leqslant t} X_t$.

Полученные в работе результаты применимы для широкого класса задач оценивания величин потенциальных барьеров в полупроводниках и оценивания величины воздействия внешнего электрического поля на полупроводник.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 06–01–00338.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бутов А. А.* Мартингальные методы изучения случайных блужданий в одномерной случайной среде. — Теория вероятн. и ее примен., 1994, т. 39, в. 4, с. 681–698.