

О. Е. Щ е р б а к о в а (Санкт-Петербург, СПбГПУ). **О вероятностях больших уклонений.**

Пусть X_N ($N \in \mathbf{N}$) — независимые одинаково распределенные невырожденные случайные величины с

$$\mathbf{E} X_N = 0, \quad \mathbf{D} X_N = \mathbf{E} X_N^2 = \sigma^2 < \infty, \quad 0 < t_0 = \sup\{t : \varphi(t) < \infty\},$$

где $\varphi(t) = \mathbf{E} \exp(tX_N)$ есть производящая функция. Пусть $s(t), u(t)$ — такие производные положительные вещественнозначные функции, что $s(t)$ — правильно меняющаяся функция на бесконечности порядка $p \in [0, 1)$, $s_N \rightarrow \infty, u_N \rightarrow \infty, u_N = o(\sqrt{s_N})$, где $s_N = s(N), u_N = u(N)$.

Обозначим $\alpha(s_N) \in (0, A)$ (где $A = \lim_{t \uparrow t_0} (\log \varphi(t))'$) единственное положительное решение при достаточно больших N уравнения

$$\inf_{t \in [0, t_0)} \varphi(t) \exp\{-\alpha_N t\} = \exp\left\{-\frac{s_N}{N}\right\}.$$

О п р е д е л е н и е 1. Пусть $s(t)$ — медленно меняющаяся функция на бесконечности. Будем говорить в этом случае, что выполнено *L-условие*, если $\mathbf{E}(X_N^2 s(|X_N|))/u(|X_N|) < \infty$.

О п р е д е л е н и е 2. Пусть $s(t)$ — правильно меняющаяся функция на бесконечности порядка $p \in (0, 1)$. Будем говорить в этом случае, что выполнено *R-условие*, если $\mathbf{E}(X_N^{2+2p/(1-p)})/u(X_N^{2p/(1-p)}) < \infty$.

В работе, представленной данным сообщением, исследуется асимптотическое поведение функции

$$f_N(x) = u_N^{-1} \log \mathbf{P} \left\{ S_A \geq N \left(\alpha(s_N) + x \sigma \frac{u_N}{\sqrt{2N s_N}} \right) \right\}, \quad \text{где } S_A = \sum_{k=1}^A X_k.$$

Теорема. Пусть выполнено условие (1) и *R-условие* либо *L-условие*. Тогда равномерно по x из фиксированного конечного интервала и для $A \in \mathbf{N}$ таких, что $|N/A - 1| = o(u_N/s_N)$

$$f_N(x) = -\left(\frac{s_N}{u_N} + x + \frac{\log s_N}{2u_N} + o(1) \right).$$

Из теоремы, в частности, выводится, что $\lim_{N \rightarrow \infty} (f_N(0) - f_N(x))/x = 1$.

З а м е ч а н и е 1. Заметим, что в теореме возможно $|N - A| \rightarrow \infty$. Выбор параметра A не равным N не случаен, он используется при исследовании случайных полей.

З а м е ч а н и е 2. В [1] найдена асимптотическая формула для вероятностей больших уклонений для решетчатых и нерешетчатых распределений при постоянном α . В [2] получено при более слабых условиях на распределение значение $f_N(0)$ при $A = N$. В [3] получено асимптотическое соотношение для исследуемой вероятности при двустороннем условии Крамера. В их работе предполагалось, что $s(t)$ — правильно меняющаяся функция порядка $p \in (0, 1)$ и $u(t) = \log t$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00486.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров В.В.* О вероятностях больших уклонений сумм независимых случайных величин. — Теория вероятн. и ее примен., 1965, т. X, в. 2, с. 310–322.
2. *Розовский Л.В.* О нижней границе вероятностей больших уклонений для выборочного среднего при выполнении условия Крамера. — Записки научных семинаров ПОМИ, 2001, т. 278, с. 208–224.
3. *Deheuvels P., Steinebach J.* Exact Convergence Rate in Strong Approximation Laws for Large Increments of Partial Sums. — Probab. Theory Related Fields, 1987, B. 76, S. 369–393.