

В. Н. К л я ч к и н (Ульяновск, УлГТУ). **Об оценке ковариационной матрицы при многомерном статистическом контроле технологического процесса.**

При многомерном статистическом контроле процесса, как правило, используется контрольная карта Хотеллинга [1]: для каждой t -й мгновенной выборки ($t = 1, \dots, m$) объема n определяется значение статистики Хотеллинга $T_t^2 = n(\bar{X}_t - \mu_0)^T S^{-1}(\bar{X}_t - \mu_0)$, где $\bar{X}_t$ — вектор средних в мгновенных выборках, $\bar{X}_t = (\bar{x}_{t1}, \dots, \bar{x}_{tp})^T$, $\bar{x}_{tj}$ — среднее значение в t -й мгновенной выборке по j -му показателю ($j = 1, \dots, p$); μ_0 — вектор целевых средних, $\mu_0 = (\mu_1, \dots, \mu_p)^T$, $\mu_j = (mn)^{-1} \sum_{t=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijt}$, S — оценка ковариационной матрицы.

Для обнаружения малых смещений среднего уровня процесса используется алгоритм экспоненциально взвешенных скользящих средних. Вычисляется вектор $Z_t = (1 - k_{ME})Z_{t-1} + k_{ME}(\bar{X}_t - \mu_0)$ и статистика $ME_t = Z_t^T S_z^{-1} Z_t$, где k_{ME} — параметр сглаживания, S_z — оценка ковариационной матрицы величин Z_t , определяемая по формуле $S_z = \{[k_{ME}/(2 - k_{ME})][1 - (1 - k_{ME})^{2t}]\}S$.

И при построении карты Хотеллинга, и при построении карты экспоненциально взвешенных скользящих средних необходимо оценить ковариационную матрицу размерности $p \times p$, компоненты которой определяют рассеивание показателей качества и степень тесноты их связи.

При наличии m мгновенных выборок объемом по n наблюдениям несмещенные оценки компонент ковариационной матрицы вычисляются по формуле

$$s_{jk} = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n (x_{ijt} - \mu_j)(x_{ikt} - \mu_k), \quad j, k = 1, \dots, p.$$

Применение мгновенных выборок для контроля не всегда возможно, а иногда экономически нецелесообразно. В этом случае используются результаты индивидуальных наблюдений ($n = 1$). При одномерном статистическом контроле, как известно [2], для оценки рассеивания используются скользящие размахи $R_{jt} = x_{j,t+1} - x_{jt}$. Несмещенные оценки компонент ковариационной матрицы могут быть найдены через скользящие размахи и в многомерном случае:

$$s_{jk} = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{t=1}^{m-1} R_{jt} R_{kt}.$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 06-08-00070.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клячкин В. Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. М.: Финансы и статистика, 2007, 304 с.
2. Миттаг Х., Ринне Х. Статистические методы обеспечения качества. М.: Машиностроение, 1995, 616 с.