

Е. И. Константинова (Ульяновск, УлГТУ). **Применение распределений Джонсона при статистическом контроле многопараметрического процесса.**

При статистическом контроле многопараметрического технологического процесса используются контрольные карты Хотеллинга и многомерных экспоненциально взвешенных скользящих средних. Оба эти инструмента основаны на многомерном нормальном распределении контролируемых параметров. На практике часто распределение параметров отлично от нормального, и в этом случае возможны значительные погрешности.

Один из возможных выходов — применение нормализующего преобразования, основанного на распределениях Джонсона [1]. В зависимости от выборочных оценок асимметрии $a = \mu_3/\mu_2^{3/2}$ и эксцесса $e = \mu_4/\mu_2^2 - 3$ (где $\mu_k = n^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^k$ есть выборочный центральный момент k -го порядка) определяется семейство распределений: при $e = 1, 93a^2$ используется SL-распределение, соответствующее логнормальному распределению, при $e > 1, 93a^2$ — SU-распределение, при $a^2 - 2 < e < 1, 93a^2$ — SB-распределение. В случае $e < a^2 - 2$ подбор распределения невозможен (при этом может быть использован переход к главным компонентам и аппроксимация данных рядом Грама–Шарлье [2]).

Для SB-распределения (в соответствующий диапазон соотношений между асимметрией и эксцессом попадают широко распространенные распределения Рэля, экспоненциальное, равномерное и многие другие) нормализующее преобразование случайной величины X имеет вид $Z = c_1 + c_2 \ln((X - c_3)/(c_4 + c_3 - X))$, где c_1, \dots, c_4 — коэффициенты. При заданном допуске на контролируемый параметр можно принять $c_3 = LSL$, $c_3 + c_4 = USL$ (где LSL и USL — нижняя и верхняя границы поля допуска, соответственно). Тогда

$$c_2 = 2u_{1-\alpha} \left[\ln \frac{(x_{1-\alpha} - LSL)(USL - x_\alpha)}{(x_\alpha - LSL)(USL - x_{1-\alpha})} \right]^{-1}, \quad c_1 = u_{1-\alpha} - c_2 \ln \frac{x_{1-\alpha} - LSL}{USL - x_{1-\alpha}},$$

где α — уровень значимости, $u_{1-\alpha}$ — квантиль нормального распределения, x_α — квантиль эмпирического распределения, вычисляемый как упорядоченное значение случайной величины X с номером $\alpha(n+1)$. Различные алгоритмы оценивания параметров SB-распределения предложены в [3].

Для SU-распределения нормализующее преобразование $Z = c_1 + c_2 \operatorname{Arcsh}((X - c_3)/c_4)$; коэффициенты преобразования могут быть найдены с использованием таблиц Джонсона [1]. При необходимости данные этих таблиц могут быть аппроксимированы регрессионными зависимостями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 06-08-00070.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969, 396 с.
2. Клячкин В.Н., Константинова Е.И. Контрольные карты на основе негауссовых распределений. — Обзорение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 2, с. 312–313.
3. Клячкин В.Н., Анижина Ю.А., Константинова Е.И. Нормализация данных при многомерном статистическом анализе и контроле технологического процесса. — В сб. материалов Международной конференции: Системные проблемы надежности, качества, информационных и электронных технологий. Ч. 8. М.: Радио и связь, 2004, с. 140–141.