

Е. В. Ч а л ы х (Хабаровск, Тихоокеанский государственный университет).
Программное движение стохастической цепи в $\mathbf{R}^2$.

Обобщением модели поворотной диффузии частицы в $\mathbf{R}^2$ может служить следующий двумерный процесс:

$$x_n(t) = \sum_{s=1}^n a(l_s; t) \cos \varphi_s(t) \Delta, \quad y_n(t) = \sum_{s=1}^n a(l_s; t) \sin \varphi_s(t) \Delta, \quad (1)$$

где $a(l_s; t)$, $\varphi_s(t)$ — в общем случае случайные процессы, $l_1 < l_2 < \dots \leq L$, $a(l; t) > 0$; $\Delta = L/n$, $L = \text{const}$.

Будем иметь в виду, что $l \in [0, L]$ — параметр. Если отождествлять $|x_n(t)|^2 + |y_n(t)|^2$ с длиной цепи, то длина $\Delta(l)$ реального звена цепочки отождествляется с величиной $\Delta(l) = a(l; t) \Delta$, $a(l; t) > 0$.

Модели вида (1) описывают распределение длин $\mathcal{L}(t)$ полимерных цепей для случая установившегося стационарного распределения [1], удовлетворяющих условию:

$$\mathcal{L}^2(t) = |x_n(t)|^2 + |y_n(t)|^2 \leq \text{const}. \quad (2)$$

В работе, представленной данным сообщением, поле $\{x_n(l; t), y_n(l; t)\}$ изучается как стохастический динамический процесс и исследуется его предельное поведение при $n \rightarrow \infty$. Для того чтобы получить коэффициенты предельных уравнений в аналитическом виде, ограничимся рассмотрением модели (1) при дополнительных предположениях:

$$a(l; t) = a(l) > 0, \quad l \in [0, L], \quad (3)$$

$$\varphi_k(t) = \sum_{s=1}^k \eta(l_s; t) \Delta(w(l_s)), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

$$\eta(l_s; t) = \int_0^t \sigma(l_s; \tau) dw_s(\tau), \quad (5)$$

где $\Delta(w(l_s))$, $\Delta(w_s(\tau))$ — независимые между собой и для различных s и τ опережающие приращения соответствующих винеровских процессов, определенных на произведении независимых вероятностных пространств $\{\Omega_1, \mathfrak{F}_l, P_1\} \times \{\Omega_2, \mathfrak{F}_l(n), P_2\}$, где $\mathfrak{F}_l$ и $\mathfrak{F}_l(n)$ — соответствующие потоки σ -алгебр, порождаемых процессами $w(l)$ и $w(t) \in \mathbf{R}^2$; $a(l)$, $\sigma(l; t) \in C_{[0, L] \times [0, t]}^2$ — неслучайные функции от l и t .

При условии (2) для случайной функции (4) может быть определен [2] предел при $n \rightarrow \infty$.

Теорема. *При выполнении условий (2)–(5) при любых $t \in [0, T]$ последовательность $\{x_n(l; t), y_n(l; t)\}$ слабо сходится при $n \rightarrow \infty$ к решению задачи Коши для системы стохастических дифференциальных уравнений Ито вида*

$$d_l p(l; t) = \left[p(l; t) \frac{\partial}{\partial l} \ln a(l) - \frac{1}{4} p(l; t) r(l; t) \right] dl - \left(\frac{1}{2} r(l; t) \right)^{1/2} q(l; t) dw(l),$$

$$d_l q(l; t) = \left[q(l; t) \frac{\partial}{\partial l} \ln a(l) - \frac{1}{4} q(l; t) r(l; t) \right] dl - \left(\frac{1}{2} r(l; t) \right)^{1/2} p(l; t) dw(l),$$

$$d_l x(l; t) = q(l; t) dl, \quad d_l y(l; t) = p(l; t) dl,$$

где $r(l; t) = \int_0^t \sigma^2(l; \tau) d\tau$, удовлетворяющему граничным условиям $x(0; t) = 0$, $y(0; t) = 0$, $p(0; t) = a(0)$, $q(0; t) = 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волькенштейн М. В.* Конфигурационная статистика полимерных цепей. М.: Изд-во АН СССР, 1959, 575 с.
2. *Гихман И. И., Скороход А. В.* Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977, 568 с.