

Н. А. Саифутдинова (Ростов-на-Дону, РГСУ). **Оптимальное распределение инвестиций в замкнутой экономической системе.**

В настоящее время довольно остро стоит вопрос об эффективности инвестиций. Этот вопрос интересует как экономистов, так и политиков, занимающихся вопросами построения эффективной экономики. Данная математическая модель является попыткой описания инвестиционного процесса, который охватывает несколько предприятий.

Итак, пусть у нас имеется некоторый объем капитала K_0 , который нужно распределить между N экономическими агентами, выделив каждому из них объем капитала K_i , т. е. получаем следующее условие: $\sum_{i=1}^N K_i = K_0$.

Аналогично, общий объем трудовых ресурсов L_0 необходимо распределить, выделив каждому предприятию объем трудовых ресурсов L_i , т. е. получаем условие: $\sum_{i=1}^N L_i = L_0$.

Деятельность каждого экономического агента будем оценивать с помощью производственной функции типа Кобба–Дугласа. Тогда суммарный выпуск продукции нашей экономической системы: $F = \sum_{i=1}^N F_i(K_i, L_i) = \sum_{i=1}^N K_i^{\alpha_i} L_i^{1-\alpha_i}$. Здесь α_i — коэффициент эластичности по фактору капитал, $0 < \alpha_i < 1$, $i = 1, \dots, N$.

Таким образом, возникает следующая оптимизационная задача:

$$\max_{\{K_i, L_i\}_{i=1}^N} \sum_{i=1}^N K_i^{\alpha_i} L_i^{1-\alpha_i}, \quad \sum_{i=1}^N K_i = K_0, \quad \sum_{i=1}^N L_i = L_0.$$

В данной задаче для простоты $k_0 = 1$ и $L_0 = 1$.

Решая данную оптимизационную задачу для случая $N = 2$, получаем распределение ресурсов, при котором суммарный выпуск F является функцией от коэффициентов эластичности по фактору капитал α_1 и α_2 :

$$F = F(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{A^{\alpha_1}} \left(\frac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{\alpha_2(1-\alpha_1)} \right)^{\alpha_1} (1-A) \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{\alpha_2 - 2 - \alpha_1} + \frac{1}{A^{\alpha_2}} \left(1 - \frac{\alpha_2(1-\alpha_1)}{\alpha_2 - \alpha_1} (1-A) \right),$$

где

$$A = \left(\frac{1-\alpha_1}{1-\alpha_2} \right)^{(1-\alpha_1)/(\alpha_1-\alpha_2)} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right)^{\alpha_1/(\alpha_1-\alpha_2)}.$$

Тестирование данной функции на примерах показывает, что для конкретных α_i можно получить значение F , превосходящее 1, т. е. можно получить положительный экономический эффект. Тогда возникает вопрос: можно ли добиться еще большего увеличения F ? Единственным инструментом изменения суммарного выпуска является изменение технологических условий, действующих на двух данных предприятиях, что отражается на величинах α_1 и α_2 . Получен следующий результат.

Теорема. При $\alpha_1 \rightarrow 1$, $\alpha_2 \rightarrow 0$ (или при $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow 1$) суммарный выпуск F стремится к 2.

Изложенный теоретический результат подтверждается итогами численного эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашманов И. П. Введение в экономическую экономику. М.: Знание, 1978.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I–II. М.–Л.: Физматлит, 1960.