А. Е. Д ы х н о в (Челябинск, ЧИ (ф) РГТЭУ). **Надежный портфель Марковица (Блэка).**

В задаче Марковица [1] оптимальный портфель $\vec{X}$ ($\vec{I}^T\vec{X}=1$) бумаг с доходностью $\vec{d}$ ($\mathbf{M}\,\vec{d}=\vec{m}$, $\mathbf{M}\,(\vec{d}-\vec{m})(\vec{d}-\vec{m})^T=V$) определяют наименьшим риском $r_p=\sqrt{\vec{X}^T V\vec{X}}$ при заданной эффективности $\mathbf{M}\,\vec{X}^T\vec{d}=m_p$.

Предлагается определять $\vec{X}$ с возможно большим надежным доходом: $\Psi=m_p-cr_p\to\sup$, Ψ соответствует чебышевской оценке квантили порядка вероятности, меньшей прибыли, задаваемой коэффициентом c.

При $c>\sqrt{T}$ решение конечно: $\vec{X}=\vec{v}/R+\alpha\vec{\gamma}$, $\alpha=[R(c^2-T)]^{-1/2}$, $r_p=c\alpha$, $m_p=T\alpha+S/R$. Здесь и далее: $\vec{v}=V^{-1}\vec{I}$, $R=\vec{I}^T\vec{v}$, $S=\vec{m}^T\vec{v}$, $\vec{\mu}=\vec{m}-\vec{I}S/R$, $\vec{\gamma}=V^{-1}\vec{\mu}$, $T=\vec{m}^T\vec{\gamma}$.

Заметим, что $T\geqslant 0$, поскольку $-(RT)$ есть дискриминант для $Rx^2+2Sx+(T+S^2/R)=(x\vec{I}+\vec{m})^T V^{-1}(x\vec{I}+\vec{m})\geqslant 0$.

При $c\leqslant\sqrt{T}$ критерий $\Psi\to\infty$ в направлении $\vec{X}=\vec{v}/R+\vec{\gamma}r_p/\sqrt{T}+o\,(1)$, $r_p\to\infty$ (принята метрическая форма: $dr^2=d\vec{X}^T V d\vec{X}$). Так как $\vec{T}\vec{X}=1$, то часть долей отрицательна, что соответствует только задаче Блэка. Для условий Марковица ($\vec{X}\geqslant\vec{0}$) решение может быть получено последовательной редукцией бумаг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малыхин В. И.* Финансовая математика. М.: ЮНИТИ–ДАНА, 1999, 247 с.