Г. В. Ващенко (Красноярск, СибГТУ). **Асимптотика оценки погрешности в методе Ньютона.**

В работе, представленной данным сообщением, на основе теоремы о существовании и единственности решения системы нелинейных алгебраических уравнений рассматривается оценка вектора ошибки метода Ньютона. Эта оценка может быть полезной при построении итерационных процессов для получения полной оценки погрешности приближенного решения систем нелинейных уравнений, определения априорного числа итераций для сходимости итерационного процесса и при изучении поведения траектории алгоритма, реализующего вычисления по методу Ньютона.

Дана система нелинейных алгебраических уравнений

$$\Phi(x) = 0, \quad (1)$$

где Φ — векторная функция векторного аргумента x , $\Phi: \mathbf{R}^l \rightarrow \mathbf{R}^l$. Рекуррентное равенство $x^{k+1} = x^k - (\Phi'(x^k))^{-1}\Phi(x^k)$ определяет итерационную схему метода Ньютона [1], [2] нахождения решения системы (1) при некотором заданном начальном векторе x^0 . Для (1) справедлива теорема о существовании и единственности решения [1, с. 408] и оценка ошибки

$$\|x^* - x^k\| \leq t^* - t_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $t_{k+1} - t_k = (1 - \beta\mu t_k)^{-1}\beta(\sigma\gamma(t_k - t_{k-1})/2 + \delta_0 + (\sigma\gamma - \mu)t_k)(t_k - t_{k-1})$, $k = 1, 2, \dots$, $t_0 = 0$, $t_1 = \eta$. Условие теоремы и неравенство (2) позволяют получить асимптотическое выражение для оценки ошибки.

Теорема. При выполнении условий теоремы и малых η допустима оценка

$$\|x^* - x^k\| \leq (\beta\delta_0)^k(1 - \beta\delta_0)^{-1}\eta + O(\eta^2).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ортега Д., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими переменными. М.: Мир, 1975, 558 с.
2. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М.: Наука, 741 с.
3. Измаилов А. Ф., Солодов М. В. Численные методы оптимизации. М.: Физматлит, 2003, 304 с.