

В. Г. Р я б ы х, Г. Ю. Р я б ы х (Ростов-на-Дону, ДГТУ, ЮФУ). **Норма и экстремальная функция линейного функционала над пространством Харди по плоской мере Лебега.**

Как известно, некоторые вопросы экстраполяции регулярных случайных последовательностей решаются при помощи теории экстремальных задач для аналитических функций ([1, с. 445–453], [2]).

В свою очередь, теория стационарных случайных процессов оказала большое влияние на изучение экстремальных задач в пространстве Харди ([3], [4]).

Пространством A_1 назовем множество функций $x(z)$, аналитических в круге $D = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$ с $\|x\| = \pi^{-1} \iint_D |x(re^{i\theta})| r dr d\theta$. Функцию $f \in A_1$ считаем экстремальным элементом линейного функционала l , если $l(f) = \|l\|, \|f\| = 1$.

Будем рассматривать функционалы вида $l_\omega(x) = \pi^{-1} \iint_D x(z)\omega(z) d\mu, x \in A_1, \omega \in A_1 \cap C(\overline{D}) = AC$.

Теорема 1. Если для $P(z) = \sum_{k \in [\mu, m]} p_k z^k$ полиномом наилучшего приближения многочленами вида $\sum_{k \notin (\mu, m)} q_k z^k$ является 0, то нормированный полином $P(z)$ — экстремальная функция для l_ω с $\omega = \sum_{k \in [\mu, m]} \omega_k z^k$.

Если $P(z) = \sum_{k \in [\mu, m]} p_k z^k$ — экстремальная функция для l_ω с $\omega = \sum_{k \in [\mu, m]} \omega_k z^k$, то для него многочленом наилучшего приближения полиномами вида $\sum_{k \notin (\mu, m)} q_k z^k$ является 0.

Теорема 2. Если $P(z) = z^\mu (\sum_{k \in [0, m]} p_k z^k)^2$ — экстремальная функция для l_ω , то $\omega = z^\mu \sum_{k \in [0, m]} \omega_k z^k, \omega_m \neq 0$.

Теорема 3. Если $\omega = z^\mu \sum_{k \in [0, m]} \omega_k z^k, \omega_0, \omega_m \neq 0$, то $P(z) = Cz^\mu (\sum_{k \in [0, m]} p_k z^k)^2$, где $p_0 \neq 0$, а C (нормирующий множитель) — экстремальная функция для l_ω .

Из результата, приведенного в [5], получим следующую теорему.

Теорема 4. Если $\{l_n \in B^*\}$ сходится по норме этого пространства к l , а f_n и f — экстремальные функции соответствующих функционалов — существуют и единственны, то $\|f - f_n\|_B \rightarrow 0$.

Теорема 5. Если $\omega \in AC, l_\omega(f) = \|l_\omega\|, \|f\| = 1$, а последовательность полиномов $\omega_n, l_{\omega_n}(P_n) = \|l_n\|, \|P_n\| = 1$, такова, что $\|\omega - \omega_n\|_C \rightarrow 0$, то $\|f - P_n\|_{A_1} \rightarrow 0$ и $\|l_{\omega_n}\| - \|l_\omega\| \rightarrow 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1980.
2. Bloomfield P., Jewell N. P., Hayshi E. Characterization of completely non-deterministic stochastic process. — Pacific J. Math., 1983, v. 107, № 2, p. 307–317.
3. Hayshi E. The solution sets of extremal problems in H_1 . — In: Proceeding of the Amer. Math. Soc., 1985, v. 93, № 4, p. 690–696.
4. Хавинсон С. Я. Основы теории экстремальных задач для ограниченных аналитических функций и их различные обобщения. М.: Изд-во МИСИ, 1981.
5. Рябых В. Г. Экстремальные задачи для суммируемых аналитических функций. сибирский матем. журнал, т. XXVII, № 3, с. 212–217.