

Ю. Ю. Н и к о н о в а, Ю. И. П а с т у х о в а (Воронеж, ВГУ). **О плотности распределения страховых выплат.**

Одна из проблем, возникающих в страховании не жизни (общем страховании) — изучение распределения величины страховой выплаты.

Имеется статистика размеров страховых выплат, произведенных одной из страховых компаний за год по договорам обязательного страхования гражданской ответственности водителя автотранспорта.

Пусть X — случайная величина страховой выплаты, $X_1, \dots, X_N$ — вектор наблюдений. Момент наступления страхового случая не учитывается.

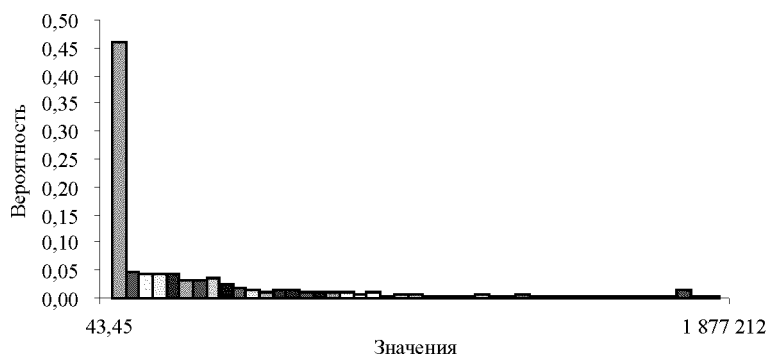


Рис. График эмпирической плотности распределения, $N = 2137$.

В работе, представленной в данном сообщении, предложен алгоритм подбора функции плотности, который может быть использован с некоторыми изменениями для других видов страхования.

Рассмотрено несколько гипотез о виде распределения величины X . Мерой близости теоретического и эмпирического распределений служит статистика χ^2 . Представляется целесообразным искать распределение величины X в классе устойчивых распределений с индексом $0 < \alpha < 2$.

Рассмотрим распределение Паретто с плотностью

$$f_{\alpha b}(x) = \frac{\alpha b^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq b. \quad (1)$$

В качестве оценки параметра b рассмотрим величину $\hat{b} = X_{(1)} = \min \{X_1, \dots, X_N\}$. Тогда оценка «индекса устойчивости» α может быть найдена методом максимального правдоподобия в виде

$$\hat{\alpha} = N \left(\sum_{i=1}^N \ln \frac{X_i}{\hat{b}} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Получены значения $\hat{\alpha} = 0,22$, $\chi^2 = 0,96$.

Заменяя в (1), к примеру, α на 0,18, имеем $\chi^2 = 0,871$. В связи с этим возникает естественная идея использовать распределение типа Парето, для которого начало b заменено подходящей оценкой. Предложен алгоритм выбора такой оценки. Для исследуемых данных $\hat{b} = I_3$, где I_3 — начало третьего интервала «группировки» данных.

Анализ статистики χ^2 в этом случае позволяет обнаружить, начиная с интервала I_8 , очень малое отличие между эмпирическими и теоретическими частотами. Поведение эмпирической плотности на первых интервалах дает основание предполагать что теоретическая плотность может иметь вид $f(x) = K(x - \beta)^{-s}$, $I_1 \leq x \leq I_8$.

Для определения параметров k, s, β сформулирована задача математического программирования, решение которой найдено численно. Таким образом, искомую плотность можно представить следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} K(x - \beta)^{-s}, & I_1 \leq x \leq I_8, \\ \hat{\alpha} I_3^{\hat{\alpha}} x^{-\hat{\alpha}-1}, & x \geq I_8. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\hat{\alpha} = 0,63$ — оценка Хилла параметра α в (1) и (2) (см. [1]), $K = 0,0325$, $\beta = -566,36$, $s = 0,795$.

Таблица. Сравнение значений статистики χ^2

Гипотеза о виде распределения	Экспоненц.	Распределение Парето с $\alpha = 0,22$	Распределение вида (3)
Значение статистики χ^2	3,95	0,960	0,496

1. *Ширяев А. Н.* Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. М: Фазис, 1998, 489 с.