С. В. Ш а т и л о в (Самара, ГОУВПО ПГАТИ). **Об эффективном использовании кумулянтов при решении задачи оценивания характеристик негауссовского случайного процесса.**

В докладе рассматривается задача нахождения центральных моментов негауссовского случайного процесса, который моделируется как выходной сигнал нелинейной системы при подаче на ее вход белого гауссовского шума. Таким образом, случайный процесс может быть описан дифференциальным уравнением $dx_t/dt = a(t,x_t) + b(t)w(t)$, где $w(t)$ — белый гауссовский шум.

Точное решение указанной задачи при коэффициенте $a(t,x_t)$ общего вида возможно лишь в том случае, если известно распределение $P_t(x) = p\,\{x_t \leqslant x \,|\, P_0(x)\}$, где $P_0(x) = p\,\{x_0 \leqslant x\}$.

Однако определение этого распределения — задача трудная, а порой невыполнимая. Так, плотность $p(t,x) = \partial P_t(x)/\partial x$ процесса x можно было бы вычислить, решив уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова

$$\frac{\partial p(t,x)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}[a(t,x)p(t,x)] + \frac{1}{2}b^2(t)\frac{\partial^2 p(t,x)}{\partial x^2}$$

с начальным условием $p(0,x) = dP_0(x)/dx$, но точное решение этого уравнения при произвольном $a(t,x_t)$ получить невозможно [1]. В связи с этим актуальное значение приобрели методы приближенного вычисления моментов $m_k(t)$.

Из приближенных методов наибольшую известность и распространение получил метод статической линеаризации. Этот метод отличается простотой и зачастую обеспечивает удовлетворительную точность при вычислении первых двух моментов процесса $x(t)$.

В [2] приводится метод неопределенных параметров, который позволяет вычислять моменты случайного процесса с большей точностью, чем при помощи метода статической линеаризации. При этом на основе дифференциального уравнения для характеристической функции процесса $x(t)$ выписывается дифференциальное уравнение для начальных моментов. Полученная система уравнений является бесконечной (счетной), и для ее ограничения предполагается задаваться плотностью вероятности $p(t,x)$ в виде семейства функций $p(\theta,x)$, где параметр θ представляет собой совокупность моментов процесса $x(t)$ до определенного порядка N включительно. Полученная при этом «урезанная» система из N обыкновенных дифференциальных уравнений для моментов может быть решена численными методами. Однако пренебрежение старшими моментами может приводить к существенным ошибкам.

В работе, представленной данным сообщением, так же, как и в [3], за параметры распределений взяты кумулянты (семиинварианты) вместо моментов. Объясняется это тем, что, в противоположность моментам, кумулянты не растут с увеличением порядка. Так, например, для нормального распределения все кумулянты выше второго порядка равны нулю. Поэтому для распределений, близких к нормальному, кумулянты третьего, четвертого и более высоких порядков будут малыми [4]. Это дает возможность аппроксимировать распределения, пренебрегая кумулянтами выше заданного порядка.

Использование кумулянтов выше второго порядка позволяет повысить точность вычисления центральных моментов. В качестве подтверждения выше указанной гипотезы, на примере системы, описываемой кусочно линейной зависимостью, были определены центральные моменты выходного процесса. Из результатов расчета дисперсии следует, что погрешность вычисления дисперсии методом статической линеаризации составляет 35%, а при использовании кумулянтов — 9%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тихонов В. И.*, *Кульман Н. К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Советское радио, 1975, 704 с.
2. *Пугачев В. С.*, *Синицын И. Н.* Теория стохастических систем.М.: Логос, 2004.
3. *Дашевский М. Л.* Приближенный анализ точности нестационарных нелинейных систем методом семиинвариантов. — Автоматика и телемеханика, № 11, с. 62–81.
4. *Малахов А. Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовских процессов и их преобразование. М.: Советское радио, 1978.