А. С. М а р к о в (Томск, ТГУ)**. Оценивание параметра авторегрессии при бесконечной дисперсии шумов.**

Рассмотрим модель авторегрессии первого порядка

$$X_0 = 0, \quad X_{k+1} = \lambda X_k + \varepsilon_k, \qquad k \geqslant 1,$$

где λ — неизвестный параметр, $|\lambda| < 1$, $\{\varepsilon_k\}_{k\geqslant 1}$ — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин (шум) с симметричной функцией распределения, правильно меняющейся на бесконечности с параметром $\alpha \in (0,2)$, т. е. $\mathbf{P}\{|\varepsilon_1| > x\} = x^{-\alpha}L(x)$ для любого $x > 0$, где $L(x)$ медленно меняется на бесконечности, т. е. $\lim_{x\to+\infty} L(tx)/L(x) = 1$ для любого $t > 0$. При этом распределение шума имеет более тяжелый хвост, чем хвост нормального распределения, и обладает бесконечной дисперсией, причем при $\alpha < 1$ не только $\mathbf{E}\,\varepsilon^2 = \infty$, но и $\mathbf{E}\,|\varepsilon| = \infty$. Для оценки неизвестного параметра λ по наблюдениям $X_1, \ldots, X_n$ предлагается использовать метод наименьших квадратов (МНК) с весами, при этом оценка имеет вид

$$\lambda_{n,m} = \sum_{k=2}^{n} \omega_{k-1} X_{k-1} X_k \Big/ \sum_{k=2}^{n} \omega_{k-1} X_{k-1}^2,$$

где $\omega_k = X_k^{2m}$, $m \geqslant 0$. Отметим, что при $m = 0$ оценка $\lambda_{n,0}$ совпадает с обычной оценкой МНК, для которой в [1] найдено предельное распределение. В работе, представленной данным сообщением, изучаются асимптотические свойства оценки $\lambda_{n,m}$ в случае $m \geqslant 1$. Выбор весов ω_k обусловлен тем, что при наличии шумов с бесконечной дисперсией информация о неизвестном параметре в отдельном наблюдении может возрасти, поэтому при построении оценки предпочтение отдается наблюдениям с «большими» абсолютными значениями. Для оценки $\lambda_{n,m}$ получены следующие результаты.

Лемма. *Для любого* $m \geqslant 1$

$$\lambda_{n,m} - \lambda = o_P(\lambda_{n,0} - \lambda), \qquad n \to \infty.$$

Теорема. *Для любого* $m \geqslant 1$

$$\lim_{n\to\infty} C \frac{\sum_{k=2}^{n} X_{k-1}^{2m+2}}{a_n^{2m+1}} (\lambda_{n,m} - \lambda) \overset{d}{=} Y_{2m+1},$$

где $a_n = \inf\{x\colon \mathbf{P}\{|\varepsilon_1| > x\} \leqslant n^{-1}\}$, C *— некоторая константа, а* Y_{2m+1} *— симметричная устойчивая случайная величина с характеристической функцией* $\psi(t) = \exp\{-|t|^{\alpha/(2m+1)}\}$.

Согласно лемме, скорость сходимости оценки $\lambda_{n,m}$ к истинному значению выше, чем для обычной оценки МНК. С помощью численного моделирования установлено, что при построении доверительного интервала для параметра λ целесообразно исполь-зовать оценку $\lambda_{n,1}$, которая обеспечивает максимальный выборочный коэффициент доверия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Davis R. A.*, *Resnick S.* Limit theory for the sample covariance and correlation functions of moving averages. —Ann. Statist., 1986, v. 14, № 2, p. 533–558.