Н. М. Нечитайло (Ростов-на-Дону, РГУПС). **Двуиндексные минимаксные залачи транспортного типа с фиксированными доплатами.**

В отличие от классической транспортной задачи по критерию минимума общего времени [1], [2], [4], предполагается дополнительная обработка ресурсов в пунктах назначения. В случае соизмеримости затрат на транспортировку и на обработку необходим учет очередей на обслуживание. Рассматриваемая задача имеет много общего с транспортной задачей с фиксированными доплатами [3], для решения которой используются либо приближенные методы, либо трудоемкие комбинаторные методы поиска точного решения. Рассматриваемую задачу, ввиду минимаксного характера целевой функции, удалось свести к конечной последовательности задач, вычислительная сложность которых не выше полиномиальной.

Задача без учета очередей на обработку заключается в определении плана перевозок $\|x_{ij}\|$, при котором выполняются ограничения

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leqslant a_i, \qquad i=1,\ldots,m, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leqslant b_j, \qquad j=1,\ldots,n,\\ &x_{ij} \geqslant 0, \qquad i=1,\ldots,m, \quad j=1,\ldots,n,\end{aligned} \tag{1}$$

где a_i — величина ресурса в исходном пункте A_i; b_j — потребности в ресурсе в пункте назначения B_j; x_{ij} — количество ресурсов, перемещаемых по маршруту $A_i \to B_j$, при котором достигается минимальное значение функции

$$F = \max_{i,j} t(x_{i,j}), \tag{2}$$

где $t(x_{ij})$ — функция, определяемая следующим образом:

$$t(x_{ij}) = \begin{cases} t_{ij} + t_j x_{ij}, & \text{если} \quad x_{ij} > 0,\\ 0, & \text{если} \quad x_{ij} = 0,\end{cases}$$

t_{ij} — время доставки ресурсов по маршруту $A_i \to B_j$; t_j — время, затрачиваемое в пункте B_j на обработку единицы ресурса.

При учете очередей задача заключается в определении $\|x_{ij}\|$, при котором выполняются ограничения (1) и достигает своего минимально значения функция (2), в которой функция $t(x_{ij})$ определена следующим образом:

$$t(x_{ij}) = \begin{cases} t_{ij} + t_j x_{ij} + t_0(t_{ij}), & \text{если} \quad x_{ij} > 0,\\ 0, & \text{если} \quad x_{ij} > 0,\end{cases}$$

где

$$t_0(t_{ij}) = \begin{cases} t_{i'j} + t_j x_{i'j} - t_{ij}, & \text{если} \quad x_{i'j} > 0,\, t_{ij} > t_{i'j},\, t_{ij} > t_{i'j} + t_j x_{i'j},\, i \neq i',\\ 0, & \text{если} \quad t_{ij} = \min_i\{t_{ij}\} \text{ либо } t_{ij} \leqslant t_{i'j} + t_j x_{i'j}.\end{cases}$$

Предлагается, определив нижнюю границу целевой функции F_n, вычислить пропускные способности маршрутов d_{ij}:

$$d_{ij} = \begin{cases} \min_{i,j}\{a_i, b_j, (F_n - t_{ij}) \operatorname{div} t_j\}, & \text{если} \quad t_j > 0,\, t_{ij} \leqslant F_n,\\ \min\{a_i, b_j\}, & \text{если} \quad t_{ij} = 0,\, t_{ij} \leqslant F_n,\\ 0, & \text{если} \quad t_{ij} > F_n,\end{cases}$$

где без учета очередей $F_n = \max_j \{\min_i [t_{ij} + \min\{a_i, b_j\} t_j]\}$, с учетом очередей $F_n = \max_j \{\min_i t_{ij} + b_j t_j\}$, и свести решение к конечной последовательности подзадач о максимальном потоке в сети с ограниченными пропускными способностями. Для сокращения числа шагов алгоритма предложена процедура уточнения F_n.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гольштейн Е. Г.*, *Юдин Д. Б.* Задачи линейного программирования транспортного типа. М.: Наука, 1969, 384 с.
2. *Зуховицкий С. И.*, *Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 1969, 382 с.
3. *Корбут А. А.*, *Финкельштейн Ю. Ю.* Дискретное программирование. М.: Наука, 1969, 368 с.
4. *Триус Е. Б.* Задачи математического программирования транспортного типа. М.: Наука, 1967, 208 с.