

В. Н. Кармазин, В. Н. Лебединцев, А. В. Кармазин, О. В. Яровая (Краснодар, КубГУ). **Об одновременном определении функций начального распределения и источника загрязняющей примеси в задаче усвоения данных.**

В ограниченной трехмерной области $D = G \times [0, H]$, $t \in [0, T]$ рассмотрим полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии [1]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial q}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial q}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial q}{\partial z} \right) = f(x, y, z) \quad (1)$$

при следующих условиях:

$$\begin{aligned} q|_{t=0} = \psi(x, y, z), \quad K_z(x, y, 0) \frac{\partial q}{\partial z} - \beta(x, y)q = 0 \quad \text{при } z = 0, \\ \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = H, \quad q|_S = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $q(x, y, z, t)$ — искомое поле концентрации загрязняющей примеси; (u, v, w) — заданный вектор скорости ветра, (K_x, K_y, K_z) — известный вектор коэффициентов турбулентной диффузии; ψ — искомое распределение концентрации примеси при $t = 0$; β — известный коэффициент, характеризующий взаимодействие примеси с подстилающей поверхностью ($z = 0$); f — искомая функция, характеризующая действие источников примеси, расположенных в приземном слое атмосферы.

Пусть имеются данные измерений концентрации примеси в ряде пунктов наблюдения $\varphi_i(t_j) = q(x_i, y_i, z_i, t_j)$, $i = 1, \dots, n$, в дискретные моменты времени $t_j \in [0, T]$, $j = 1, \dots, m$, где n — число стационарных или мобильных пунктов наблюдения, причем вместо точных значений $\varphi_i(t_j)$ известны их приближения $\tilde{\varphi}_i(t_j)$, удовлетворяющие условию: $|\varphi_i(t_j) - \tilde{\varphi}_i(t_j)| \leq \delta$. Требуется, зная величины T , δ и измерения $\tilde{\varphi}_i(t_j)$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, оценить одновременно функцию начального распределения $\psi(x, y, z)$ и функцию источника $f(x, y, z)$, а также соответствующее поле концентрации $q(x, y, z, t; \psi(x, y, z); f(x, y, z))$. Эта задача разрешима неоднозначно, но при удачном расположении достаточного числа пунктов наблюдения удается оценить $\psi(x, y, z)$ и $f(x, y, z)$ с приемлемой для приложений точностью.

Рассмотрим функционал, характеризующий меру отклонения между измеренными и рассчитанными значениями концентраций примеси:

$$J[\psi; f] = \sum_{i=1}^n \int_0^T \alpha_j(t) [q(x_i, y_i, z_i, t; \psi; f) - \tilde{\varphi}_i(t)]^2 dt, \quad (3)$$

где $\alpha_j(t) > 0$ — заданные весовые функции.

После дискретизации задачи (1), (2) и функционала (3) получаем конечномерную вариационную задачу, для приближенного решения которой применяется регуляризованный вариант метода простой итерации. Проведены многочисленные квазиреальные эксперименты на ряде методических задач. Построены устойчивые численные приближения к искомым функциям.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06-01-96643.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кармазин В. Н., Лебединцев В. Н., Кармазин А. В. О задаче продолжения нестационарного поля концентрации загрязняющей примеси по данным точечных наблюдений. — Обзорение прикл. и промышлен. матем., 2007, т. 14, в. 1, с. 117–118.